

Der zeitliche Stromanstieg bei der statischen Durchbruchsspannung in Luft, Wasserstoff und Sauerstoff

Von HEINZ MIELKE

Mit 5 Textabbildungen

(Eingegangen am 22. Juni 1959)

I. Einleitung

a) Problemstellung

Untersucht man oszillographisch bei der statischen Durchbruchsspannung U_D im ebenen Feld den zeitlichen Stromanstieg, wie er sich vom Start einer einzelnen Primärlawine bis zum Durchschlag der Entladungsstrecke entwickelt, dann beobachtet man [1], daß für Zeiten größer als die Ionenlaufzeit τ_+ der Strom zunächst im Mittel proportional zur Zeit t ansteigt. In einem späteren Stadium der Entladung geht der Strom unter dem Einfluß der Raumladung über sich anhäufenden positiven Ionen in den eigentlichen Durchschlag (Funken, Glimmentladung) über. In der folgenden Arbeit wird der zeitliche Stromanstieg in Abhängigkeit der verschiedenen Entladungsparameter in Luft, Wasserstoff und Sauerstoff gemessen. Die Ergebnisse werden mit theoretischen Beziehungen verglichen. Der Einfluß der Raumladung auf den Stromverlauf wird in Luft und Sauerstoff experimentell untersucht und in Übereinstimmung mit theoretischen Betrachtungen gefunden.

b) Theorie und Meßverfahren

In [1] ist der im Außenkreis gemessene Strom $i(t)$ einer Lawinkette, die bei der statischen Durchbruchsspannung U_D zur Zündung führt, berechnet worden. Für Zeiten $t \geq \tau_+$ ergibt sich ein zeitproportionaler Stromanstieg. Für die Neigung di/dt des zeitlinearen Teils des Stroms gilt nach [1], Gl. (5):

di/dt = (2ε/τ²) exp(αd) t ≥ τ₊, (1)

zw. unter Berücksichtigung der Bildung von negativen Ionen (Ableitung von (2) s. Anhang):

di/dt = (2ε/τ²) exp[(α-η)d] (α-η)d-f / (1-f)[α-η]d t ≥ τ₊. (2)

In (1), bzw. (2) ist ε = 1,6 · 10⁻¹⁹ Asec die Elementarladung, α die Zahl der pro cm durch Elektronenstoß gebildeten Ionenpaare, η die Zahl der pro cm durch Ablagerung gebildeten negativen Ionen, d der Plattenabstand, f = η/α und τ der Generationsabstand.

Bei Nachlieferung der Sekundärelektronen durch Photoeffekt an der Kathode (γ_{ph}-Nachlieferung) ist der Generationsabstand angenähert gleich der Elektronenlaufzeit τ_e = d/v_e (ohne Berücksichtigung einer Verzögerung der Sekundärelektronenemission); mit dieser Annahme wird (1), bzw. (2):

di/dt = (2ε/d²) v² exp(αd) t ≥ τ₊ (3)

di/dt = (2ε/d²) v² exp[(α-η)d] (α-η)d-f / (1-f)[α-η]d t ≥ τ₊. (4)

Die Neigung di/dt des zeitlinearen Teils des Stromanstiegs i(t) ist also proportional der Gasverstärkung exp(αd) und umgekehrt proportional dem Quadrat des Plattenabstandes d. In den folgenden Abschnitten II.a und II.b wird diese Abhängigkeit näher untersucht. In II.c wird dann der Generationsabstand τ

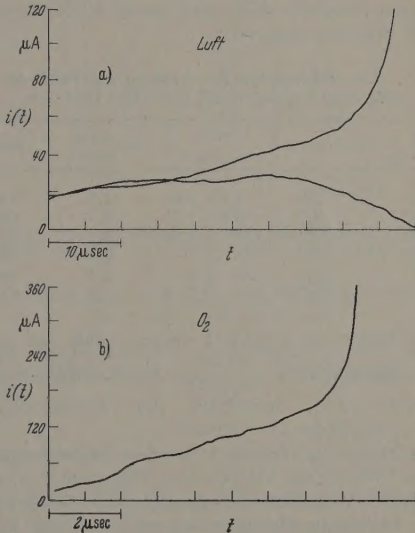


Abb. 1. Stromanstiege in (a) LUFT (U_D = 9608 V, p = 198 Torr, d = 1,0 cm) und (b) SAUERSTOFF (U_D = 2880 V, p = 98,6 Torr, d = 0,5 cm) bei der statischen Durchbruchsspannung U_D bei „schwacher“ Einstrahlung (i₀ ≈ 3 · 10⁻¹⁵ A). Die zur Zündung (Durchschlag) führenden Stromverläufe steigen zunächst im Mittel proportional zur Zeit t an und gehen dann unter dem Einfluß der mit der Zeit zunehmenden, positiven Raumladung in einen wesentlich schnelleren Anstieg über. Außerdem zeigt das Oszillogramm in LUFT eine abreißende Lawinkette

nach Gl. (1) bzw. (2) in Abhängigkeit von der Feldstärke E_D/p und der Art der Kathode aus den Meßwerten ermittelt und mit der Elektronenlaufzeit verglichen.

Für die Messung des zeitlichen Stromanstiegs i(t) wurde die in [1] beschriebene Meßanordnung benutzt, die lediglich in einigen Punkten abgeändert wurde. Der Rezipient und die Entladungsstrecke wurden ausgewechselt (Beschreibung siehe [2]). Im Breitbandverstärker wurde die logarithmische Stufe durch eine lineare ersetzt, wodurch eine einwandfreiere Auswertung der Oszillogramme möglich wurde. Die Durchbruchsspannung U_D wurde für jeden einzelnen, oszillographierten, zündenden Stromanstieg nach einer in [2] beschriebenen Methode ermittelt, so daß während einer Meßreihe auftretende Änderungen von U_D registriert und bei der Auswertung berücksichtigt werden konnten.

Die UV-Bestrahlung der Kathode (Primärelektronenstrom i₀) wurde durch eine Blende so begrenzt, daß im Mittel etwa n₀ = 2 · 10³ Primärelektronen/sec ausgelöst wurden. Da Aufbauzeiten größer als 2 · 10⁻⁴ sec (< 1/n₀ = 5 · 10⁻⁴ sec) nicht beobachtet wurden, war die Forderung, daß im Mittel

während einer Entladung kein weiteres Primärelektron an der Kathode startet („schwache Einstrahlung“), stets erfüllt.

II. Ergebnisse

Abb. 1 zeigt zwei charakteristische Oszillogramme. Man erkennt, daß der Strom im Mittel zunächst proportional zur Zeit t anwächst. Bei höheren Stromstärken geht er in einen wesentlich schnelleren Stromanstieg über, der offenbar durch die Raumladung bedingt ist und zum Durchschlag der Entladungsstrecke führt.

Im folgenden Abschnitt wird der Teil des zeitlichen Stromanstieges behandelt, der noch nicht merklich durch die Raumladung beeinflusst wird.

a) Die Abhängigkeit der Neigung di/dt von der Gasverstärkung $\exp(\alpha d)$ für $t \geq \tau_a$

In Wasserstoff wurden bei konstantem Plattenabstand ($d = 1,5$ cm) folgende Werte gemessen (die angegebenen Werte für di/dt sind jeweils Mittelwerte aus etwa 30 Einzelmessungen):

Tabelle 1. Die Abhängigkeit der Neigung di/dt von der Gasverstärkung $\exp(\alpha d)$ in H_2 ($pd \approx 500$ Torr · cm)

E_D/p [V/Torr · cm]	$10^{-2} \cdot \exp(\alpha d)$	di/dt [mA/sec]	$10^2 \frac{di/dt}{\exp(\alpha d)}$	Kathode
21,2	2,8	$4,6 \pm 0,6$	1,6	CuJ
21,3	3,7	$9,8 \pm 1,3$	2,6	CuJ
22,1	12,0	25 ± 4	2,1	Al
22,1	13,0	31 ± 5	2,4	Ms
22,1	15,0	25 ± 4	1,7	Ms
22,6	27,0	52 ± 7	1,9	Cu _{ox} ¹

Die Werte in Tabelle 1 zeigen, daß die geforderte Abhängigkeit, $\frac{di/dt}{\exp(\alpha d)} = \text{const}$ [Mittelwert = $(2,1 \pm 0,4) \cdot 10^{-2}$], innerhalb der Meßgenauigkeit ($\pm 20\%$) erfüllt ist.

Die Daten in Tabelle 1 wurden folgendermaßen erhalten: Durch die Verwendung verschiedener, nach bestimmten Vorschriften behandelter Kathoden wurde die Sekundärelektronenausbeute so stark verändert [2], daß wegen der Durchbruchbedingung $\gamma_{ph} \exp(\alpha d) = 1$ die Gasverstärkung $\exp(\alpha d)$ im Verhältnis 1:10 variiert wurde. Aus den Meßwerten für U_D , p und d und den bekannten α/p -Werten ([3], [4], [5]) erhält man dann jeweils $\exp(\alpha d)$ zum zugehörigen Mittelwert di/dt .

Die für die di/dt -Werte angegebenen Fehler setzen sich hauptsächlich zusammen aus dem mittleren Fehler des arithmetischen Mittels für di/dt und dem relativen Fehler für $\exp(\alpha d)$, der aus der unsicheren Kenntnis von U_D , p und d resultiert². Aus der relativen Änderung der Durchbruchfeldstärke E_D/p von $\pm 3\%$ für die in Tabelle 1 aufgeführte Meßreihe folgt für die Elektronendriftgeschwindigkeit v_e eine Änderung von weniger als $\pm 3\%$ (vgl. v_e -Werte in H_2 : [6], [7], [8]), so daß v_e in Gl. (3) als konstant angesehen werden darf.

¹ Die Cu_{ox}-Kathode wurde folgendermaßen präpariert: Die gereinigte Cu-Kathode wurde in den Rezipienten eingebaut und Sauerstoff mit einem Druck von etwa 4 Torr eingelassen. Für etwa 20 min wurde die Kathode mit einer Wechselstromglimentladung behandelt (Entladungsstromdichte ≈ 2 mA/cm²).

² Da hier nur die relative Abhängigkeit von di/dt von $\exp(\alpha d)$ untersucht wird und stets dasselbe Gas verwendet wurde, entfällt bei der Fehlerabschätzung der absolute Fehler von $\exp(\alpha d)$, den man aus der unsicheren Kenntnis der absoluten α/p -Werte erhält (vgl. auch Fehlerdiskussion in II.c).

Mit derselben Meßmethode konnte in Sauerstoff in zwei Meßreihen gezeigt werden, daß sowohl bei $E_D/p = 46,4$ V/Torr · cm als auch bei $E_D/p = 53,4$ V/Torr · cm innerhalb der Meßgenauigkeit ($\pm 20\%$) di/dt proportional $\exp(\alpha d)$ ist. Hierbei betrug die relative Variation von E_D/p für eine Meßreihe etwa $\pm 1\%$ während sich $\exp(\alpha d)$ um den Faktor 3 änderte.

Das gleiche Ergebnis wurde in Luft erhalten. Hier wurde die Änderung von $\exp(\alpha d)$ bei U_D nicht durch Verwendung verschiedener Kathoden erzielt, sondern durch Variation von pd ($100 \leq pd \leq 250$ Torr · cm bei einer Messingkathode). Die Neigung di/dt wurde als Funktion von $\exp(\alpha d)$ erhalten, indem für verschiedene pd di/dt bei U_D gemessen und aus U_D , p und d und den α/p -Werten [9] $\exp(\alpha d)$ berechnet wurde. Die bei dieser Methode auftretende, relativ größere Änderung von E_D/p ($\pm 10\%$) bewirkt eine größere Variation von v_e ($\pm 8\%$, vgl. v_e -Werte: [6], [10], [11]). Bei Vernachlässigung der Änderung von v_e erhält man hieraus für di/dt einen Meßfehler von $\pm 30\%$.

b) Die Abhängigkeit von $\frac{di/dt}{\exp(\alpha d)}$ vom Plattenabstand

In Luft und Sauerstoff wurden folgende Werte gemessen:

Tabelle 2. Die Abhängigkeit von $\frac{di/dt}{\exp(\alpha d)}$ vom Plattenabstand d in Luft und Sauerstoff

d [cm]	$1/d^2$ [1/cm ²]	$\frac{di/dt}{\exp(\alpha d)}$	$\frac{di/dt}{\exp(\alpha d)} \cdot d^2$	E_D/p [V/Torr · cm]	Gas
0,5	4,0	$(1,6 \pm 0,2) \cdot 10^{-4}$	$4,0 \cdot 10^{-5}$	48,4	Luft
1,0	1,0	$(0,66 \pm 0,15) \cdot 10^{-4}$	$6,6 \cdot 10^{-5}$		
1,5	0,44	$(0,18 \pm 0,02) \cdot 10^{-4}$	$4,1 \cdot 10^{-5}$		
0,5	4,0	$(1,36 \pm 0,2) \cdot 10^{-5}$	$3,4 \cdot 10^{-6}$	53,1	O ₂
1,0	1,0	$(0,41 \pm 0,05) \cdot 10^{-5}$	$4,1 \cdot 10^{-6}$		
1,5	0,44	$(0,26 \pm 0,03) \cdot 10^{-5}$	$5,9 \cdot 10^{-6}$		

Die Ergebnisse zeigen, daß innerhalb der Meßgenauigkeit $\frac{di/dt}{\exp(\alpha d)}$ proportional $\frac{1}{d^2}$ ist. In Wasserstoff bestätigten orientierende Messungen bei $E_D/p = 22,1$ V/Torr · cm ebenfalls die geforderte Abhängigkeit.

Die Abhängigkeit von $\frac{di/dt}{\exp(\alpha d)}$ vom Plattenabstand d wurde untersucht, indem bei annähernd konstantem pd die Neigung di/dt bei U_D für verschiedene Abstände gemessen wurde. Aus U_D , p und d und den α/p -Werten wurde $\exp(\alpha d)$ ermittelt und so $\frac{di/dt}{\exp(\alpha d)}$ als Funktion vom Plattenabstand d gewonnen. Nach dem Paschengesetz ($U_D = f(pd)$) ist bei konstantem pd für ein Gas und eine Kathode E_D/p und damit auch v_e konstant.

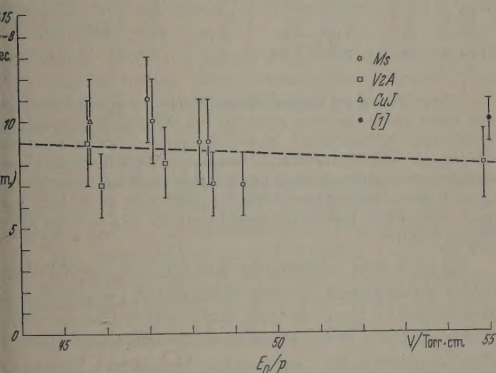
c) Der Generationsabstand τ als Funktion der Feldstärke E_D/p und der Kathode

Nach Gl. (1) bzw. (2) kann man nun den Generationsabstand τ , der oben gleich $\tau_e = d/v_e$ gesetzt wurde, in Luft, Wasserstoff und Sauerstoff für variable E_D/p und verschiedene Kathoden ermitteln und die gemessenen mit den berechneten Werten vergleichen.

1. Luft ($45 \leq E_D/p \leq 55$ V/Torr · cm;
 $100 \leq p d \leq 270$ Torr · cm)

Die Werte für τ , bezogen auf $d=1,0$ cm, sind in b. 2 eingetragen. Für ein mittleres $E_D/p=50,0$ V/Torr · cm erhält man aus den Meßwerten einen Generationsabstand $\tau=(8,4 \pm 2) \cdot 10^{-8}$ sec. Außerdem ist $E_D/p=55,0$ V/Torr · cm der in [1] ermittelte, mit eigenen Messungen übereinstimmende Wert für τ getragen.

Der für einen Mittelwert τ angegebene Fehler ergibt sich hauptsächlich aus dem absoluten Fehler für $\exp(\alpha d)$ und in einem geringeren Maße aus dem mittleren Fehler des arithmetischen Mittels der Einzelmesswerte dI/dt (etwa 30). Bei einem mittleren $\alpha d=9$ erhält man aus den Meßwerten für verschiedener Autoren [9], [15] einen absoluten Fehler $\exp(\alpha d)$ von $\pm 40\%$, für τ von etwa $\pm 20\%$.



b. 2. Der Generationsabstand τ , bezogen auf $d=1,0$ cm, in LUFT als Funktion der Feldstärke E_D/p und der Art der Kathode

Nimmt man an, daß die Nachlieferung der Sekundärelektronen durch Photoeffekt an der Kathode erfolgt (γ_{ph} -Nachlieferung), dann berechnet man aus den α -Werten ([6], [7], [8]) wegen $\tau=\tau_- = d/v_-$ für $E_D/p=50$ V/Torr · cm einen Generationsabstand $\tau_{ber} = 10^{-8}$ s. Der berechnete Wert stimmt mit den gemessenen Generationsabständen nahezu überein. Man darf daher annehmen, daß in Luft im untersuchten E_D/p -Bereich vorwiegend γ_{ph} -Nachlieferung vorliegt, und zwar unabhängig von der Art der hier verwendeten Kathoden (Messing, V 2 A-Stahl, CuJ (s. [2]), alle nicht ausgeheizt), da eine Abhängigkeit des Generationsabstandes von der Kathode nicht beobachtet wurde. Jedoch zeigen die Meßwerte für τ insgesamt keine Tendenz in dem Sinne, daß sie gegenüber den berechneten im Mittel um etwa 40% größer sind. Diese Tendenz nach größeren Werten wurde auch schon in früheren Untersuchungen beobachtet [1], [12], [13], [14]. Dieser Sachverhalt konnte bisher noch nicht gedeutet werden und bedarf einer besonderen Untersuchung, vor allem, da es bis jetzt noch nicht gelungen ist, in Luft den Generationsabstand direkt zu messen.

2. Wasserstoff ($21,2 \leq E_D/p \leq 23,2$ V/Torr · cm;
 $300 \leq p d \leq 528$ Torr · cm)

Die Meßwerte für τ in H_2 zeigt Abb. 3. Für $E_D/p=22,0$ V/Torr · cm ergibt sich ein mittlerer Generationsabstand $\tau=(0,8 \pm 0,4) \cdot 10^{-7}$ sec. Der verhältnismäßig große Fehler für τ folgt aus der Tatsache, daß man bei einem mittleren $\alpha d=7$ aus den bekannten

α/p -Werten ([3], [4], [5]) $\exp(\alpha d)$ nur mit einem absoluten Fehler von $\pm 100\%$ erhält, so daß sich für τ ein Fehler von $\pm 50\%$ ergibt. Bei dieser Fehlerabschätzung wurde ein möglicher Einfluß der Verunreinigungen (Anteil der Verunreinigungen kleiner als 0,1%) auf die α/p -Werte des verwendeten Wasserstoffs nicht berücksichtigt (vgl. Diskussion in [16])¹.

Aus $\tau=\tau_- = d/v_-$ folgt für $E_D/p=22,0$ V/Torr · cm ein berechneter Generationsabstand $\tau_{ber}=1,3 \cdot 10^{-7}$ sec. Innerhalb der hier gegebenen Meßgenauigkeit für τ dürfen der berechnete und der gemessene Wert als übereinstimmend betrachtet werden. Man darf daraus schließen, daß in H_2 bei $E_D/p=22,0$ V/Torr · cm vorwiegend γ_{ph} -Nachlieferung vorliegt. Eine Abhängigkeit des Generationsabstandes von der Kathode (Messing, CuJ, Aluminium und oxydiertes Kupfer) wurde nicht beobachtet.

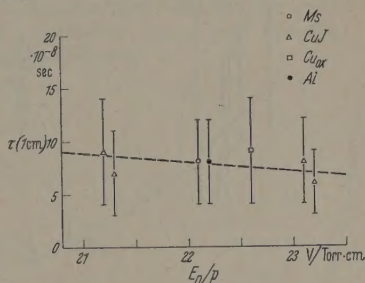


Abb. 3. Der Generationsabstand τ , bezogen auf $d=1,0$ cm, in WASSERSTOFF als Funktion der Feldstärke E_D/p und der Art der Kathode

3. Sauerstoff ($45 \leq E_D/p \leq 60$ V/Torr · cm;
 $40 \leq p d \leq 160$ Torr · cm)

Die Meßwerte für τ in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter in O_2 sind in der Tabelle 3 zusammengestellt:

Tabelle 3

p [Torr]	d [cm]	E_D/p [V/Torr · cm]	$10^7 \cdot \tau$ [sec]	$10^9 \cdot \tau/p d^2$ [sec/Torr cm ²]	Kathode
40,3	1,0	60,1	$1,7 \pm 0,4$	4,2	Cu
42,4	1,5	52,9	$4,5 \pm 1,2$	4,7	CuJ
61,9	1,0	54,5	$3,3 \pm 0,8$	5,3	CuJ
63,3	1,0	53,4	$3,1 \pm 0,8$	4,9	CuJ
98,6	0,5	58,4	$0,85 \pm 0,2$	3,4	Cu
100,7	1,0	49,2	7 ± 2	7,0	Cu
119,2	0,5	56,2	$1,4 \pm 0,4$	4,7	Cu
127,6	0,5	53,0	$1,5 \pm 0,4$	4,7	CuJ
130,8	1,0	46,4	$10 \pm 2,5$	7,7	CuJ
160,8	1,0	45,0	11 ± 3	6,9	CuJ
238,0	0,5	47,3	$3,0 \pm 0,8$	5,0	CuJ
238,4	0,5	48,4	$4,5 \pm 1,0$	7,5	Cu
245,8	0,5	47,0	$3,5 \pm 1,0$	5,7	CuJ

Zur Berechnung von $\exp([\alpha-\eta] \cdot d)$ wurden die $[\alpha-\eta]$ -Werte nach [19] benutzt. Ein Vergleich der Absolutwerte [9], [19] führt zu einem absoluten Fehler für $\exp([\alpha-\eta] \cdot d)$ von $\pm 50\%$, für τ von $\pm 25\%$.

In Abb. 4 ist der Generationsabstand τ , bezogen auf $d=1,0$ cm, als Funktion von E_D/p eingetragen. Außer den Generationsabständen, die aus den Stromanstiegmessungen ermittelt wurden (Meßpunkte \circ, Δ), sind in Abb. 4 Werte eingezeichnet, die sich als Mittelwert aus direkten oszillographischen Messungen des zeitlichen Abstandes zweier Lawinengenerationen

¹ $\alpha/p=f(E/p)$ konnte mit der verwendeten Apparatur nicht mit genügender Genauigkeit ermittelt werden.

ergaben (●, ▲ eigene Werte, + nach [17]). Die nach den beiden verschiedenen Meßmethoden bestimmten Generationsabstände stimmen im untersuchten E_D/p -Bereich überein.

Gegenüber den Ergebnissen in Luft und H_2 nimmt in O_2 der Generationsabstand τ mit abnehmenden E_D/p stark zu. Berechnet man wie üblich aus der Elektronendriftgeschwindigkeit den Generationsabstand $\tau = \tau_- = d/v_-$ (v_- -Werte nach [6], [7], [18]), so erhält man viel zu kleine Werte, z.B. bei $E_D/p = 60,0$ V/Torr cm etwa $1/3$, bei $E_D/p = 45,0$ V/Torr cm etwa $1/20$ des gemessenen Generationsabstandes. Ein ähnliches Ergebnis war in O_2 bei großen pd -Werten ($pd = 490$ Torr · cm) gefunden worden, wo der gemessene Generationsabstand etwa fünfmal größer als der berechnete war [14], [20]. Die Werte

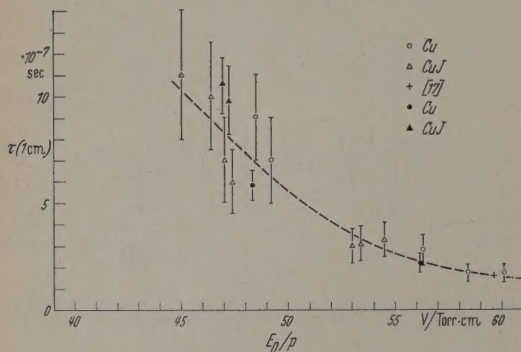


Abb. 4. Der Generationsabstand τ , bezogen auf $d = 1,0$ cm, in SAUERSTOFF als Funktion der Feldstärke E_D/p und der Art der Kathode

in Tabelle 3 zeigen, daß innerhalb der Meßgenauigkeit das Verhältnis τ/pd^2 konstant ist, d.h. bei konstantem pd ist τ proportional dem Plattenabstand d , bzw. bei konstantem d ist τ proportional dem Druck p . Der Mittelwert beträgt $\tau/pd^2 = (5,5 \pm 1,4) \cdot 10^{-9}$ sec/Torr · cm².

Man muß aus den Ergebnissen schließen, daß die Nachlieferungselektronen mit einer von p und d abhängigen Verzögerung durch Photoeffekt an der Kathode ausgelöst werden. Eine genauere Untersuchung dieser bemerkenswerten Beobachtung ist vorbereitet.

Zusammenfassend darf man feststellen, daß die vorliegenden Versuche die in [1] angegebenen, theoretischen Beziehungen über den zeitlichen Stromanstieg bei der statischen Durchbruchsspannung bestätigen. Die beobachteten Abweichungen der Absolutwerte werden darauf zurückgeführt, daß außer in H_2 die tatsächlichen Generationsabstände größer als die erwarteten sind, die unter vereinfachenden Annahmen berechnet wurden. Die Deutung dieses Sachverhalts bedarf einer näheren Untersuchung.

III. Einfluß der Raumladung

Die gemessenen Stromverläufe zeigen (vgl. Abb. 1), daß von einem gewissen Wert i_a ab der Strom nicht mehr proportional zur Zeit t anwächst, sondern über-

¹ Dieses Ergebnis steht nicht im Widerspruch zu den Untersuchungen in IIa und IIb, weil dort in O_2 die Meßreihen jeweils bei konstantem pd durchgeführt wurden.

geht in einen wesentlich schnelleren Stromanstieg, der nicht mehr abreißt und zum Durchschlag der Entladungsstrecke führt. In Luft wurden fünf, in Sauerstoff vier Meßreihen ausgewertet. Die Ergebnisse zeigen die Tabelle 4:

Tabelle 4

p [Torr]	d [cm]	i_a [μA]	t_a [μsec]	k_a	Gas
133	1,5	18 ± 1	76	560	Luft
182	1,0	26 ± 3	35	390	
198	1,0	40 ± 3	38	400	
249	1,0	30 ± 3	38	420	
400	0,5	123 ± 7	52	1200	
105	1,0	6	—	—	Luft
722	1,0	300	—	—	
40,3	1,0	16 ± 1	23	135	O_2
42,4	1,5	15,5 ± 1	44	95	
98,6	0,5	110 ± 5	9,5	110	
119,2	0,5	125 ± 14	9,4	67	

Die in Tabelle 4 aufgeführten Werte für i_a sind die jeweils aus einer Meßreihe von etwa 30 bis 50 Einzelbeobachtungen erhaltenen Mittelwerte. Aus dem Wert i_a kann man nach Gl. (5), [1] den Zeitpunkt t_a bestimmen, zu dem die Abweichung vom zeitproportionalen Anstieg merklich einsetzt. Aus i_a und dem Generationsabstand τ läßt sich dann berechnen, nach wievielen Lawinengenerationen $k_a = t_a/\tau$ diese Abweichung beginnt.

Es soll nun untersucht werden, ob der Übergang in den schnelleren Stromanstieg durch die mit der Zeit anwachsende Raumladung der positiven Ionen erklärt werden kann. Diese Raumladung verändert die in der Entladungsstrecke wirksame, homogene Feldstärke U_D/pd (Ionisierungskoeffizient α_D) und erhöht f

$\partial^2 \alpha / \partial E^2 > 0$ die Gasverstärkung $\exp(\int_0^d \alpha dx)$, so daß die Zahl der Ladungsträger pro Generation schnell als proportional zur Zeit t anwächst. Berechnet man nach [21] die Änderung von $\exp(\int_0^d \alpha dx)$, so erhält man für die Abweichung des Exponenten (Ableitung von (5) s. [22]):

$$\int_0^d \alpha dx - \alpha_D d = A(\alpha d) = C \frac{A pd}{12} \left(\frac{i_a \tau_+}{\epsilon_0 F p} \right)^2.$$

In (5) ist C ein Korrekturglied, das hier gleich 1 gesetzt werden darf, $A = 1,48 \cdot 10^{-4}$ Torr cm V⁻² in Luft bzw. $A = 1,83 \cdot 10^{-4}$ Torr cm V⁻² in O_2 , F die wirksame Elektrodenfläche und $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Asec/Vcm.

Aus den Daten der Tabelle 4 und der Gl. (5) erhält man ($\tau_+ = d/v_+$ -Werte nach [14]):

Tabelle 5

p [Torr]	τ_+ [μsec]	F [cm ²]	$10^3 \cdot A(\alpha d)$	Mittelwert $A(\alpha d)$	Gas
133	19	20	4,9	$(3,0 \pm 1,4) \cdot 10^{-3}$	Luft
182	11		1,8		
198	12		4,0		
249	12		1,9		
400	6		2,4		
105	10	13	0,2	—	Luft
722	12		5,0		
40,3	12	20	5	$(12 \pm 5) \cdot 10^{-3}$	O_2
42,4	20		18		
98,6	6		11		
119,2	6		13		

² A erhält man aus $\alpha/p = A(E/p - B)^2$.

Bei entsprechender Berechnung von $\Delta(\alpha d)$ ergeben sich Stromanstiegsmessungen, die nahe U_D bei „starker“ Einstrahlung¹ durchgeführt wurden, bei etwas modifizierten Voraussetzungen über den zeitlichen Verlauf des Ionenstroms $i(t)$ die in Zeile 7, Tabelle 4 bzw. 5 eingetragenen Werte [13]. Innerhalb der hier gemessenen Streuungen stimmt der Wert $\Delta(\alpha d)$ mit den eigenen Ergebnissen überein. Dagegen weicht der Wert für $\Delta(\alpha d)$, der aus den Messungen von [1] erhalten wurde, um etwa eine Zehnerpotenz vom Mittelwert $\Delta(\alpha d) = 3,0 \cdot 10^{-3}$ ab. Dieser Wert ist jedoch mit einer größeren Unsicherheit behaftet, da in [1] die Stromanstiege mit einem Verstärker mit logarithmischer Verstärkungskennlinie gemessen wurden, dessen absolute Meßgenauigkeit mit steigender Eingangsspannung abnimmt.

Eine Ausrechnung des zeitlichen Stromanstiegs unter dem Einfluß der Raumladung wird in der folgenden Arbeit [22] durchgeführt. In Abb. 5 sind sechs gemessene Stromverläufe der Meßreihe $p = 198$ Torr in Luft aufgetragen; zum Vergleich ist in Abb. 5 als ausgezogene Linie der theoretische Stromanstieg nach [2] eingezeichnet. Der berechnete Stromverlauf stimmt mit den gemessenen recht gut überein (s. a. Abb. 3 in [22]).

Dagegen lassen sich die Abweichungen vom zeitproportionalen Stromanstieg nicht durch die Annahme erklären, daß der zündende Stromanstieg bei einer Spannung $U_Z > U_D$ ausgelöst wird. Eine Abschätzung nach [1], Anhang II ergibt, daß für $n_0 = 2 \cdot 10^3$ Primärelektronen/sec und $R_2 C_2 = 200$ sec der ansteigenden Spannung der zündende Stromverlauf im Mittel bei einer relativen Überspannung $\Delta U/U_D = \frac{U_Z - U_D}{U_D} = 10^{-5}$ ausgelöst wurde. Für $\mu = \gamma_{ph} \exp(\alpha d) = 1 + \varepsilon$ ($\varepsilon > 0$) errechnet man hieraus ein ε von etwa 10^{-3} . In Abb. 5 ist zum Vergleich ein Stromverlauf eingezeichnet (gestrichelte Linie), den man für $\varepsilon = 2 \cdot 10^{-3}$ erhält (Korrekturglied für $i(t)$ nach [1], Anhang II, I. (24)). Eine Anpassung dieser Linie an die gemessenen Werte ist nicht möglich und wird mit zunehmendem ε immer schwieriger.

Man darf also feststellen, daß durch die Annahme der feldverzerrenden, mit der Zeit zunehmenden Raumladung der positiven Ionen die Abweichung vom zeitlinearen Stromanstieg erklärt werden kann. Die Abweichung setzt in Luft bei einem mittleren $\Delta(\alpha d) = 10^{-3}$ nach etwa 400 bis 1000 Lawinengenerationen, in Sauerstoff bei $\Delta(\alpha d) = 12 \cdot 10^{-3}$ nach etwa 70 bis 100 Lawinengenerationen ein.

Anhang

Kurze Ableitung der Gl. (2).

In Sauerstoff werden für $E/p < 60$ V/Torr · cm nicht nur positive, sondern mit abnehmenden E/p -Werten in zunehmendem Maße auch negative Ionen durch Anlagerung von Elektronen gebildet [19]. Die in [1] angegebene Beziehung für den zeitlichen Stromanstieg [Gl. (5)] muß entsprechend modifiziert werden. Nach [23] gilt für den Strom der Elektronen einer Lawine:

$$i_-(t) = \begin{cases} \frac{\varepsilon}{\tau_-} \exp([\alpha - \eta] v_- t) & 0 \leq t \leq \tau_- \\ 0 & t \geq \tau_- \end{cases}$$

für den Strom der positiven Ionen einer Lawine:

$$i_+(t) = \begin{cases} \frac{1}{1-f} \cdot \frac{\varepsilon}{\tau_+} \exp([\alpha - \eta] v_+ t) & 0 \leq t \leq \tau_- \\ \frac{1}{1-f} \cdot \frac{\varepsilon}{\tau_+} \exp([\alpha - \eta] d) - \exp([\alpha - \eta] v_+ t) & \tau_- \leq t \leq \tau_+ \\ 0 & t > \tau_+ \end{cases}$$

und für den Strom der negativen Ionen einer Lawine:

$$i_n(t) = \begin{cases} \frac{f}{1-f} \cdot \frac{\varepsilon}{\tau_n} \exp([\alpha - \eta] v_- t) & 0 \leq t \leq \tau_- \\ \frac{f}{1-f} \cdot \frac{\varepsilon}{\tau_n} \exp([\alpha - \eta] d) \exp(-[\alpha - \eta] v_n t) & \tau_- \leq t \leq \tau_n \\ 0 & t > \tau_n \end{cases}$$

mit η = Anlagerungskoeffizient der negativen Ionen (analog α definiert); $f = \eta/\alpha$ und $\tau_n = d/v_n$ = Laufzeit der negativen Ionen.

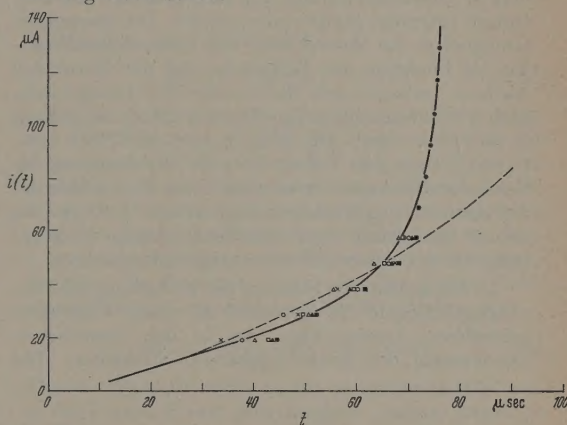


Abb. 5. Der zeitliche Stromverlauf $i(t)$ bei U_D unter dem Einfluß der Raumladung für sechs gemessene Stromanstiege (O × Δ □ ▲) der Meßreihe $p = 198$ Torr in LUFT. Die Stromanstiege sind bei 130 µA angepaßt. Die einzelnen Stromanstiege unterliegen bei kleineren Stromwerten statistischen Fluktuationen und gehen dann bei größeren Werten unter dem Einfluß der Raumladung in einen einheitlichen Stromverlauf über (Meßpunkte ●). Die ausgezogene Kurve gibt den theoretischen Stromverlauf bei Berücksichtigungen der Raumladung nach [22] wieder.

Die Berechnung des zeitlichen Stromanstiegs erfolgt nun analog wie in [1], Anhang I. Aus den drei Komponenten des zeitlichen Stromanstiegs einer Lawine wird der zeitliche Mittelwert \bar{i}_k ($k = -, +, n$) berechnet und durch Summation ergeben sich die drei Anteile J_- , J_+ und J_n . Mit τ = Generationsabstand und den Voraussetzungen $f < 0,5$; $\tau_- \ll \tau_+$, τ_n ; $\tau_n \approx \tau_+$ gilt dann für den zeitlichen Stromanstieg in O_2 :

$$i(t) = \begin{cases} \frac{\varepsilon \exp([\alpha - \eta] d)}{\tau^2 \tau_+ [\alpha - \eta] d} \left[\frac{t^2}{1-f} ([\alpha - \eta] d - 1) + 2 \tau_+ t - \tau \tau_+ \right] & 0 \leq t \leq \tau_+ \\ \frac{\varepsilon \exp([\alpha - \eta] d)}{\tau^2} \left[2t \left\{ \frac{1}{1-f} \left(1 - \frac{1}{[\alpha - \eta] d} \right) + \frac{1}{[\alpha - \eta] d} \right\} - \frac{\tau_+}{1-f} \left(1 - \frac{1}{[\alpha - \eta] d} \right) \right] & t \geq \tau_+ \end{cases}$$

Durch Differenzieren folgt schließlich Gl. (2):

$$di/dt = \frac{2\varepsilon}{\tau^2} \exp([\alpha - \eta] d) \frac{[\alpha - \eta] d - f}{(1-f)[\alpha - \eta] d} \quad (2)$$

$t \geq \tau_+.$

¹ „Starke“ Einstrahlung heißt, daß an der Kathode durch γ -Bestrahlung während eines Generationsabstandes viele (ungefähr 100) Primärelektronen ausgelöst werden.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde oszillographisch der zeitliche Stromanstieg einer Entladung bei der statischen Durchbruchsspannung im homogenen Feld in trockener Luft, Wasserstoff und Sauerstoff untersucht. Die Bestrahlung der Kathode wurde so schwach gewählt, daß während des von einem Elektron gestarteten Entladungsvorganges keine weiteren Primärelektronen ausgelöst wurden („schwache Einstrahlung“).

Die Messungen zeigten in Übereinstimmung mit früheren Messungen in Luft [1], daß der zeitliche Stromanstieg $i(t)$ in einer Folge von Lawinengenerationen für Zeiten größer als die Ionenlaufzeit $\tau_+ = d/v_+$ zunächst proportional zur Zeit t anwächst. Die Neigung di/dt des zeitproportionalen Teils des Stromanstiegs wurde in Abhängigkeit von der Gasverstärkung $\exp(\alpha d)$ und vom Plattenabstand d untersucht und in Übereinstimmung mit theoretischen Betrachtungen gefunden ($di/dt \sim \exp(\alpha d)/d^2$). Die Messungen ermöglichen die Bestimmung des Generationsabstandes als Funktion der Feldstärke und der Natur der Kathode; es ergab sich, daß in allen drei Gasen innerhalb der untersuchten E_D/p -Bereiche (Luft: $45 \leq E_D/p \leq 55$ V/Torr · cm; H_2 : $21 \leq E_D/p \leq 23$ V/Torr · cm; O_2 : $45 \leq E_D/p \leq 60$ V/Torr · cm) die Nachlieferung der Sekundärelektronen vorwiegend durch Photoeffekt an der Kathode (γ_{ph} -Nachlieferung) erfolgt. In O_2 wurde jedoch eine druck- und abstandsabhängige Verzögerung der Sekundärelektronenemission beobachtet.

In einem späteren Stadium der Entladung geht der zeitproportionale Stromverlauf in einen wesentlich schnelleren Anstieg über, der in den eigentlichen Durchschlag der Entladungsstrecke überleitet. Die

Auswertung der Messungen in trockener Luft und Sauerstoff ergab, daß die Entladung durch den Einfluß der mit der Zeit zunehmenden Raumladung der positiven Ionen auf die Gasverstärkung verändert wird.

Diese Arbeit wurde im Institut für Angewandte Physik der Universität Hamburg angefertigt. Dem Leiter des Instituts, Herrn Professor Dr. H. RAETHER, danke ich für die Anregung der Arbeit und für wertvolle fördernde Diskussionen.

Literatur: [1] KLUCKOW, R.: Z. Physik **148**, 564 (1957). [2] MIELKE, H.: Z. angew. Phys. **11**, 111 (1959). — [3] WILKES, A., W. HOPWOOD and N. J. PEACOCK: Nature, Lond. **178**, 837 (1955). — [4] CROMPTON, R. W., J. DUTTON and S. HAYDON: Nature, Lond. **176**, 1079 (1955). — [5] ROSE, D. J. Phys. Rev. **104**, 273 (1956). — [6] RAETHER, H.: Ergeb. exakt. Naturw. **22**, 77 (1949). — [7] TOWNSEND, J. S., and V. A. BAILEY: Phil. Mag. **42**, 873 (1921). — [8] BRADBURY, N. E., and R. A. NIELSEN: Phys. Rev. **49**, 388 (1936). — [9] MASCH, K.: Arch. Elektrotechn. **26**, 587 (1932). — [10] TOWNSEND, J. S., and H. T. TIZARD: Proc. Roy. Soc. Lond. Ser. A **88**, 336 (1913). — [11] BRADBURY, N. E., and R. A. NIELSEN: Phys. Rev. **51**, 69 (1937). — [12] KÖHRMANN, W.: Z. angew. Phys. **7**, 187 (1955). — [13] BANDEL, H. W.: Phys. Rev. **95**, 1117 (1954). — [14] VOGEL, J. K.: Z. Physik **148**, 355 (1957). — [15] LLEWELLYN JONES, F., and A. B. PARKE: Nature, Lond. **165**, 960 (1950). — [16] BLEVIN, H. A., S. HAYDON and J. M. SOMERVILLE: Nature, Lond. **179**, 1 (1957). — [17] SCHMIDT-TIEDEMANN, K. J.: Z. Physik **152**, 299 (1958). — [18] HEALEY, R. H., and J. W. REED: The Behavior of Slow Electrons in Gases, S. 94. Sydney: Amal Wirel. Ltd. 1941. — [19] HARRISON, M. A., and R. GEBALL: Phys. Rev. **91**, 1 (1953). — [20] VOGEL, J. K., u. H. RAETHER: Z. Physik **147**, 141 (1957). — [21] ENGEL, A. V., u. M. STEENBECK: Elektrische Gasentladungen, Bd. II, S. 51. Berlin: Springer 1934. — [22] KÖHRMANN, W.: Z. angew. Phys. **4**, 414 (1959). — [23] SCHMIDT, K. J.: Z. Physik **139**, 251 (1955).

Dipl.-Phys. HEINZ MIELKE,
Institut für Angewandte Physik der Universität Hamburg

Die zeitliche Entwicklung der Townsend-Entladung unter dem Einfluß der Raumladung

VON WILFRIED KÖHRMANN

Mit 3 Textabbildungen

(Eingegangen am 22. Juni 1959)

1. Einleitung

Ein interessantes Problem der Gasentladungsphysik ist der Übergang einer Townsend-Entladung in eine stromstarke Entladungsform. Offenbar läßt sich das erste Stadium dieses Übergangs so erklären, daß die primären und sekundären Ionisationsprozesse auf Grund ihrer Feldstärkeabhängigkeit durch die akkumulierte Raumladung der positiven Ionen erhöht werden.

Die ersten wesentlichen Beiträge zu diesem Problemkreis haben v. HIPPEL und FRANCK [1], ROGOWSKI und SCHUMANN geliefert. Detaillierte Berechnungen der Strom-Spannungs-Charakteristik einer stationären Entladung führten SCHUMANN [2] und v. ENGEL und STEENBECK [3] aus; dabei wurde eine Beeinflussung der primären Ionisation (α -Prozeß) durch die Raumladung angenommen. Von ROGOWSKI und FUCHS [4] wurde eine Zündspannungsabsenkung bei hoher Fremdstromdichte hergeleitet; sie benutzten

dabei die Feldstärkeabhängigkeit der Sekundärprozesse, um den Einfluß der Raumladung zu charakterisieren. Ein weiterer Beitrag stammt von VARNER, WHITE, LOEB und POSIN [5], die den Einfluß der Raumladung auf den gasverstärkten Strom diskutierten. Im Modell des Mehrlawinen-Kanalaufbaus von RAETHER [6] wird angenommen, daß die Gasverstärkung einer einzelnen Elektronenlawine im Feld der akkumulierten Raumladung soweit erhöht wird, daß diese Lawine die für den Kanalaufbau kritische Verstärkung erreicht. In neueren Arbeiten (CROWBRAGG und THOMAS [7] und WARD [8]) werden Strom-Spannungs-Charakteristiken durch numerische Integration berechnet.

Die bisherigen Untersuchungen beziehen sich überwiegend auf stationäre (d.h. zeitlich konstante) Entladungen. In dieser Arbeit wird die zeitliche Entwicklung einer Townsend-Entladung unter dem Einfluß der Raumladung betrachtet. Die Anregung dazu kam von

den experimentellen Untersuchungen von KLICKOW [9] und MIELKE [10] im hiesigen Institut, die bei der statischen Durchbruchspannung mittels Verstärker und Oszillograph den zeitlichen Stromanstieg gemessen haben. Das Oszillogramm zeigt dabei einen zeitlinearen Anstieg, der bei Erreichen einer gewissen Stromstärke rasch nach größeren Werten umbiegt.

Die folgende Rechnung gibt eine quantitative Erklärung für den gemessenen Stromverlauf. Dabei wird angenommen, daß in dem durch Raumladung modifizierten Feld der Stoßionisationskoeffizient α ändert wird. Obwohl die Feldstärke-Variation nur wenige Prozent beträgt, macht sich eine Änderung von α bemerkbar, da α sehr empfindlich von der Feldstärke abhängt. Der Nachlieferungskoeffizient $\gamma = \delta/\alpha$ und die Driftgeschwindigkeiten v_- und v_+ werden als konstant angenommen. — Unabhängig von dieser Arbeit wurde im hiesigen Institut von PFAUE [11] eine entsprechende Rechnung für den Fall leichter Überspannung ($\mu \approx 1,1$, Nachlieferung durch γ_p -Effekt) vorgenommen.

2. Allgemeine Relationen

Um den Einfluß der Raumladung zu ermitteln, müssen zunächst Gleichungen für die Elektronenlichte $n_-(x, t)$ und die Dichte der positiven Ionen $n_+(x, t)$ aufgestellt werden. Die Townsendschen Differentialgleichungen

$$\frac{1}{v_-} \cdot \frac{\partial n_-}{\partial t} + \frac{\partial n_-}{\partial x} = \alpha(x, t) n_- \quad (1)$$

$$\frac{1}{v_+} \cdot \frac{\partial n_+}{\partial t} - \frac{v_+}{v_-} \frac{\partial n_+}{\partial x} = \alpha(x, t) n_+ \quad (2)$$

beschreiben die Vorgänge im Gas. Dabei wird angenommen, daß $n_-(x, t)$ und $n_+(x, t)$ nur vom Abstand x von der Kathode abhängen und über den Querschnitt F der Entladungsstrecke konstant sind. Da α von der Feldstärke abhängt und diese eine Funktion des Ortes x und der Zeit t ist, wird $\alpha = \alpha(x, t)$ gesetzt. Man erhält dann als Lösungsansatz für (1):

$$n_-(x, t) = n_-(0, t - x/v_-) \exp \int_0^x \alpha(x', t) dx', \quad (3)$$

wobei die Voraussetzung

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} \ll v_- \frac{\partial \alpha}{\partial x} \quad (4)$$

gemacht wurde¹. Die zweite Townsendsche Differentialgleichung (2) beschreibt die Produktion von positiven Ionen. Zur Vereinfachung wird hier angenommen, daß alle Ionen an der Stelle $x=d$ erzeugt werden und mit der Geschwindigkeit v_+ zur Kathode wandern. Dadurch erhält man einen einfachen Ausdruck für $n_+(x, t)$:

$$n_+(x, t) = \frac{v_-}{v_+} n_-(0, t - \frac{d-x}{v_+}) \exp \int_0^d \alpha(x', t - \frac{d-x}{v_+}) dx'. \quad (5)$$

¹ Der exakte Lösungsansatz lautet ($v_- = \text{const}$):

$$n_-(x, t) = n_-(0, t - x/v_-) \exp \int_0^x \alpha(x', t - \frac{x-x'}{v_-}) dx'.$$

Weiter interessiert die Gesamtzahl $N_+(t)$ der positiven Ionen:

$$N_+(t) = F \int_0^d n_+(x', t) dx' = F v_- \int_{t-t_0}^t \left\{ n_-(0, t') \exp \int_0^d \alpha(x', t') dx' \right\} dt'. \quad (6)$$

Der Strom im Außenkreis der Entladungsstrecke entsteht durch die Bewegung der Elektronen und Ionen, wobei der von den Ionen herrührende Anteil überwiegt:

$$I(t) = \frac{F}{d} \int_0^d e n_+(x', t) v_+ dx' = \frac{e v_+}{d} N_+(t). \quad (7)$$

Die zeitliche Entwicklung der Entladung beim γ_p -Effekt (photoelektrische Auslösung von Nachfolgelawinen an der Kathode) wird durch

$$n_-(0, t) = n_0 + \int_0^d n_-(x', t) \delta(x', t) dx' \quad (8)$$

beschrieben. Der Koeffizient

$$\delta(x, t) = \omega(x, t) e^{-\kappa x} \Theta(t) \quad (9)$$

enthält als Faktoren die Anzahl $\omega(x, t)$ der erzeugten Photonen pro cm Weg des Primärelektrons, die Absorption $e^{-\kappa x}$ der Photonen auf dem Wege zur Kathode und die Ausbeute $\Theta(t)$ pro Photon an der Kathode. Für die folgenden Betrachtungen wird die Absorption und die Feldstärkeabhängigkeit der Ausbeute vernachlässigt: $\kappa = 0$, $\Theta(t) = \Theta_0$; die Anregungsfunktion für Photonen $\omega(x, t)$ soll die gleiche Feldstärkeabhängigkeit wie $\alpha(x, t)$ haben. Daher gilt:

$$\delta(x, t) = \omega(x, t) \Theta_0 = \gamma_p \alpha(x, t). \quad (10)$$

Dieser Ausdruck wird in (8) eingeführt; falls sich $n_-(0, t)$ zeitlich nur sehr langsam ändert, kann die Integration über x ausgeführt werden. Dadurch entsteht eine Funktionalgleichung für $n_-(0, t)$:

$$n_-(0, t) = n_0 + \mu n_-(0, t - t_0) \quad (11)$$

mit

$$\mu = \gamma_p \exp \int_0^d \alpha(x', t) dx' = \mu_0 \exp \left\{ \int_0^d \alpha(x', t) dx' - \alpha_0 d \right\} \quad (12)$$

$$\mu_0 = \gamma_p \exp \alpha_0 d.$$

Dabei ist $t_0 = d/v_-(1 - 1/\alpha_0 d)$ der „Generationsabstand“ der Lawinen. Mit Hilfe von $n_-(0, t)$ lassen sich alle interessierenden Vorgänge in der Entladungsstrecke ausrechnen, wie die Gln. (3), (5), (6) und (7) zeigen. — Die Entladung soll zur Zeit $t=0$ gestartet werden; daraus ergibt sich die Anfangsbedingung $n_-(0, t) = 0$ für $t < 0$.

Die in der Entladungsstrecke sich ansammelnde Raumladung besteht aus den langsam beweglichen Ionen; die Elektronen können wegen ihrer größeren Geschwindigkeit vernachlässigt werden. Die Poisson-Gleichung

$$- \epsilon_0 \frac{\partial E(x, t)}{\partial x} = \rho(x, t) = e n_+(x, t) \quad (13)$$

zusammen mit der Gleichung $\int_0^d E(x', t) dx' = E_0 d$ ergibt dann die modifizierte Feldstärke $E(x, t)$.

Der Zusammenhang zwischen der Feldstärke E und dem Stoßionisierungskoeffizienten α ist durch

$$\alpha/p = \begin{cases} 0, & E < Bp \\ A(E/p - B)^2, & E > Bp \end{cases} \quad (14)$$

gegeben. In Abb. 1 sind drei typische Raumladungs-konfigurationen dargestellt, deren Bedeutung sich aus dem zugehörigen Stromverlauf $I(t)$ ¹ ergibt:

$n_{+1}(x, t)$ entspricht einem zeitlich konstanten Strom,
 $n_{+2}(x, t)$ entspricht einem zeitlinear anwachsenden Strom $I(t)$ (Punkt a in den Abb. 2 und 3),
 $n_{+3}(x, t)$ ist die Raumladungsverteilung zum Zeitpunkt d in den Abb. 2 und 3.

Für diese drei Beispiele wird die Gasverstärkung $\int_0^d \alpha(x', t) dx'$ numerisch berechnet und in der Form dargestellt:

$$\int_0^d \alpha(x', t) dx' - \alpha_0 d = C_1 \frac{A p d}{12} \left(\frac{e N_+(t)}{F \varepsilon_0 p} \right)^2 \\ = C_1 \frac{A p d}{12} \left(\frac{t_+ I(t)}{F \varepsilon_0 p} \right)^2 = C_1 y^2(t) \quad (15)$$

mit $C_1 = 1,000$, $C_2 = 1,005$, $C_3 = 0,894$.

Die näherungsweise Übereinstimmung der Koeffizienten C_i zeigt, daß die Vergrößerung der Gasverstärkung im wesentlichen von der Gesamtzahl $N_+(t)$

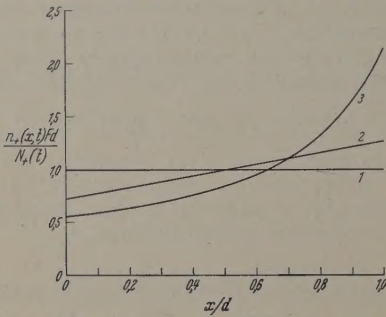


Abb. 1. Verteilung der Raumladung zu verschiedenen Zeitpunkten (Erläuterung im Text)

der Ionen bzw. vom Strom $I(t)$ abhängt, während die spezielle Verteilung $n_+(x, t)$ fast keinen Einfluß hat. Durch die Unabhängigkeit des Ausdrucks (15) von der Verteilung $n_+(x, t)$ wird nachträglich die Annahme gerechtfertigt, daß alle Ionen an der Anode entstehen [s. Gl. (5)]. In den folgenden Betrachtungen wird $C = 1$ gesetzt.

3. Ableitung der Differentialgleichung und ihre Lösung

Im vorigen Abschnitt wurde schon $y(t)$ als normierte Funktion für den Strom $I(t)$ eingeführt. Zur Vereinfachung der weiteren Betrachtungen werden jetzt noch $n_-(0, t)$ und die Zeitskala normiert:

$$y(\tau) = \left(\frac{A p d}{12} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{t_+}{F \varepsilon_0 p} I(t) \quad (16)$$

$$z(\tau) = \left(\frac{A p d}{12} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{e d t_0 \exp \alpha_0 d}{\varepsilon_0 p t_+} n_-(0, t) \quad (17)$$

$$\tau = t/t_0.$$

¹ Der Zusammenhang zwischen $n_+(x, t)$ und $I(t)$ folgt aus den Gln. (5), (6) und (7).

Die Gl. (6) ergibt (nach der Zeitvariablen τ differenziert) einen einfachen Zusammenhang zwischen $\dot{y}(\tau)$ und $z(\tau)$:

$$\frac{\partial y}{\partial \tau} = \dot{y}(\tau) \\ = z(\tau) \exp y^2(\tau) - z(\tau - \tau_+) \exp y^2(\tau - \tau_+) \quad (18) \\ \tau_+ = t_+/t_0.$$

Weiter wird die Gl. (11) auf $z(\tau)$ umgeschrieben; und hier nur der statische Durchbruch betrachtet wird kann $\mu_0 = 1$ gesetzt werden:

$$z(\tau) = z_0 + z(\tau - 1) \exp y^2(\tau) \equiv D(\tau). \quad (19)$$

Die Gln. (18) und (19) geben eine vollständige Beschreibung der Entladung unter dem Einfluß der Raumladung. Durch die Operation

$$D(\tau + 1) \exp y^2(\tau + 1) - D(\tau + 1 - \tau_+) \exp y^2(\tau + 1 - \tau_+)$$

erhält man eine Gleichung für y , die noch ein von abhängiges Störglied V_1 enthält²

$$\dot{y}(\tau + 1) = \dot{y}(\tau) \exp y^2(\tau) + V_1 \quad (20)$$

mit

$$V_1 = z(\tau - \tau_+) \{ \exp(y^2(\tau) + y^2(\tau - \tau_+)) - \exp 2y^2(\tau + 1 - \tau_+) \}.$$

Es wird von den folgenden Entwicklungen Gebrauch gemacht:

$$\dot{y}(\tau) \exp y^2(\tau) = \dot{y}(\tau) \{ 1 + y^2(\tau) \} + V_2$$

mit

$$\dot{y}(\tau + 1) = \dot{y}(\tau) + \ddot{y}(\tau) - V_3$$

$$V_2 = \dot{y}(\tau) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!} y^{2n}(\tau), \quad V_3 = - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!} y^{(n+1)}(\tau).$$

Somit erhält man:

$$\ddot{y}(\tau) = \dot{y}(\tau) y^2(\tau) + \sum_{i=1}^3 V_i. \quad (21)$$

Der Term $\sum_{i=1}^3 V_i$ wird als Störung betrachtet und zunächst vernachlässigt. Die Rumpfgleichung

$$\ddot{y}(\tau) = \dot{y}(\tau) y^2(\tau) \quad (22)$$

hat als Differentialgleichung zweiter Ordnung eine mit einfachen Mitteln berechenbare Lösung. Bei der Aufstellung der Anfangsbedingungen für $y(\tau)$ wird davon ausgegangen, daß im Intervall $0 < \tau < \tau_+$ noch keine Änderung der Gasverstärkung eintritt: $y^2(\tau) \ll 1$. Dann folgt aus der Gl. (19) — bei Berücksichtigung von $n_-(0, t) = 0$ für $t < 0$ bzw. $z(\tau) = 0$ für $\tau < 0$ — eine Gleichung für $z(\tau)$:

$$z(\tau) = z_0 \tau, \quad 0 \leq \tau \leq \tau_+. \quad (23)$$

Die Gl. (18) ergibt mit $y(0) = 0$ den Ausdruck:

$$y(\tau) = \frac{1}{2} z_0 \tau^2, \quad 0 \leq \tau \leq \tau_+. \quad (24)$$

Erst nach Ablauf von τ_+ ist (18) und damit auch die Differentialgleichung (22) uneingeschränkt gültig

² Bei der Ausrechnung entstehen noch weitere Störglieder, die jedoch für den hier betrachteten Fall sehr klein sind

$$z_0 \{ \exp y^2(\tau + 1) - \exp y^2(\tau + 1 - \tau_+) \} \\ + z(\tau - \tau_+) \{ \exp 2y^2(\tau + 1) - \exp 2y^2(\tau) \}.$$

Über wird die Integration von (22) an der Stelle $\tau = \tau_+$ begonnen:

$$y(\tau_+) = \frac{1}{2} z_0 \tau_+^2, \quad \dot{y}(\tau_+) = z_0 \tau_+. \quad (25)$$

Man erhält nach den üblichen Methoden:

$$\left. \begin{aligned} y &= (3A)^{\frac{1}{3}} \eta \\ \tau &= \tau_+ + \frac{(3A)^{\frac{1}{3}}}{A} \{f(\eta) - f(\eta_0)\} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

mit

$$f(\eta) = \int_0^\eta \frac{d\eta'}{1 + \eta'^3} \quad (27)$$

und

$$A = z_0 \tau_+, \quad \eta_0 = (3A)^{-\frac{1}{3}} \frac{1}{2} z_0 \tau_+^2.$$

Es wird ein Beispiel mit den Parametern $z_0 = 0,82 \cdot 10^{-6}$ und $\tau_+ = 122$ [d.h. $y(\tau_+) = 6,1 \cdot 10^{-3}$ und $\dot{y}(\tau_+) = 10^{-4}$]

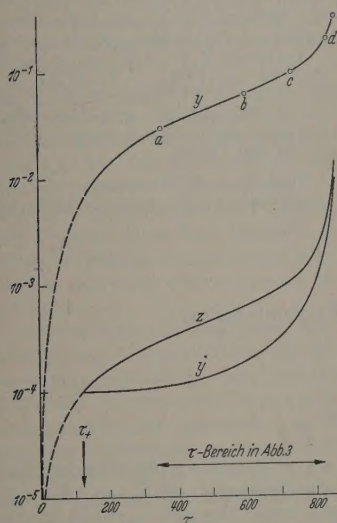


Abb. 2. $y(\tau)$, $\dot{y}(\tau)$ und $z(\tau)$, berechnet mit den Parametern $z_0 = 0,9 \cdot 10^{-6}$ und $\tau_+ = 122$. Im Intervall $0 \dots \tau_+$ sind $\dot{y}(\tau)$ und $z(\tau)$ identisch.

durchgerechnet. Der Verlauf von $y(\tau)$ nach (26) und (27), sowie das anschließend nach (18) berechnete $z(\tau)$ sind in Abb. 2 dargestellt. Man erkennt (s. auch Abb. 3) zunächst einen zeitlinearen Verlauf, der bei Erreichen eines gewissen y -Wertes nach oben abbiegt. Der zeitlineare Teil ist durch $\dot{y}(\tau) = z_0 \tau_+$ (Anfangsbedingung!) bestimmt, das plötzlich einsetzende Abbiegen kann auf den Faktor $y^2(\tau)$ in (21) zurückgeführt werden.

Die Gasverstärkung zum Zeitpunkt d ist $\int_0^d \alpha(x', t) dx' = \alpha_0 d + 0,04$, entsprechend ist $\mu = 1,04$. Die Feldstärke an der Anode hat sich zu diesem Zeitpunkt um 6,0% gesenkt, während sie an der Kathode um 3,1% gestiegen ist. Diese geringe Feldstärkeänderung rechtfertigt nachträglich die Annahme von konstanten Driftgeschwindigkeiten v_- und v_+ .

Im Anschluß an die Ausrechnung der Lösung von (22) wird eine Überprüfung der Vernachlässigungen $\sum V_k$ vorgenommen, die bei der Herleitung von (22) gemacht wurden. Zu diesem Zweck werden die einzelnen Terme V_k mit Hilfe von $y(\tau)$, $\dot{y}(\tau)$, $z(\tau)$ (Abb. 2) berechnet und mit der Rumpfgleichung $\ddot{y}(\tau) = \dot{y}(\tau) y^2(\tau)$ verglichen. Dabei wird festgestellt, daß $V_1(\tau)$ in dem von τ_+ bis c reichenden Intervall in der gleichen

Größenordnung wie $y(\tau)$ liegt. In dem von τ_+ bis b reichenden Intervall wird die Funktion $y(\tau)$ im wesentlichen durch $\dot{y}(\tau) = z_0 \tau_+$ beschrieben; der 2. Differentialquotient ist so klein, daß er kaum Einfluß auf den Verlauf von $y(\tau)$ hat; daher spielt auch hier der Fehler in $y(\tau)$, der durch die Vernachlässigung V_1 entsteht, keine Rolle. Es bleibt nur der enge Übergangsbereich $b-c$, in dem die Differentialgleichung (22) eine schlechte Beschreibung der Vorgänge gibt. Oberhalb von c ist V_1 kleiner als $\dot{y}(\tau)$; somit gibt die Differentialgleichung (22) für dieses Intervall ein richtiges Bild von dem Entladungsablauf. Gerade der Bereich $c-e$ ist besonders interessant, da hier unter dem Einfluß der Raumladung das ursprünglich zeitlinear ansteigende $y(\tau)$ weitgehend modifiziert ist. Die Terme V_2 und V_3 machen sich erst oberhalb e ($y = 0,33$) bemerkbar. Daher wird bei e die Ausrechnung abgebrochen.

4. Vergleich mit dem Experiment

Das vorstehend behandelte Beispiel bezieht sich auf folgende experimentelle Daten:

Trockene Luft, $p = 198$ Torr, $d = 1$ cm, $U_D = 9,60$ kV, $A = 1,48 \cdot 10^{-4}$ Torr cm V $^{-2}$, $F = 16$ cm 2 , $t_0 = 9 \cdot 10^{-8}$ sec, $t_+ = 1,1 \cdot 10^{-5}$ sec.

Der unter diesen Bedingungen von MIELKE gemessene Stromverlauf [10] ist in Abb. 3 dargestellt. Der Strom wird nach (16) auf die normierte Funktion $y(\tau)$ umgerechnet 1 .

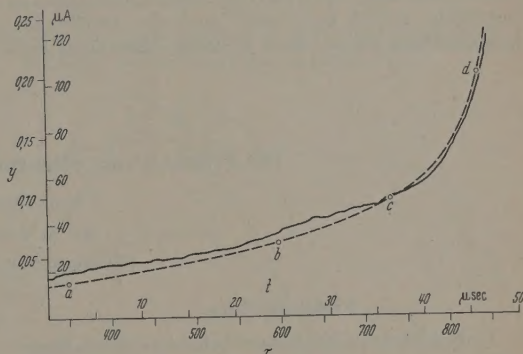


Abb. 3. Stromanstieg in trockener Luft beim statischen Durchbruch. Daten der experimentellen Kurve im Text. Die berechnete Kurve $y(\tau)$ (s. auch Abb. 2) ist gestrichelt eingezeichnet

Das Oszillogramm zeigt am Anfang einen zeitlinearen Anstieg, aus dem $z_0 = 0,82 \cdot 10^{-6}$ bestimmt wird. Im Gegensatz zu der im Kapitel 2 gemachten Annahme [Gl. (8) und (11)] wird bei den hier betrachteten Experimenten [10] nicht mit einem kontinuierlichen Fremdstrom n_0 gearbeitet. Die experimentellen Bedingungen wurden so eingerichtet, daß ein einzelnes Primärelektron eine unendlich lange Lawinkette auslöst; in diesem Fall ergibt sich ebenfalls ein zeitlinearer Stromanstieg [9], [12]. — Der zeitliche Nullpunkt kann aus dem Oszillogramm nicht entnommen werden; die τ -Skala in der Abb. 3 ist nachträglich durch Anpassung der theoretischen Kurve an den experimentellen Verlauf festgelegt worden.

Gegenüber dem von MIELKE [10] angegebenen Wert ($F = 20$ cm 2) ist hier eine kleinere Elektrodenfläche F eingesetzt worden; damit wurde eine bessere Anpassung der theoretischen Kurve an das Oszillogramm erreicht. Offenbar hat die Stromdichte $v_+ n_+(x, t)$ im

1 Die Ergebnisse weiterer Meßreihen sind in Abb. 5 der vorhergehenden Arbeit [10] aufgezeichnet und werden dort ebenfalls mit dem berechneten Stromverlauf verglichen.

Zentrum der Entladungsstrecke ein geringes Maximum und fällt zum Rande hin ab. Dadurch wird — da die Raumladungswirkung quadratisch ist — ein geringerer Querschnitt vorgetäuscht. Die Annahme eines kleineren Querschnitts F der Entladungsstrecke ist somit gerechtfertigt.

Der Vergleich zwischen berechnetem und oszillographisch gemessenem Stromverlauf (Abb. 3) zeigt gute Übereinstimmung. In beiden Fällen erkennt man das plötzliche Abbiegen des Stromes vom zeitlinearen Verlauf und den darauf folgenden raschen Anstieg. Das Umknicken läßt sich — wie schon erwähnt — auf das rasche Anwachsen des Faktors $y^2(\tau)$ in der Differentialgleichung (22) zurückführen. Damit ist gezeigt, daß sich mit relativ einfachen Voraussetzungen der Stromanstieg unter dem Einfluß der Raumladung erklären läßt. Der hier diskutierte Vorgang ist das erste Stadium des Übergangs einer Townsend-Entladung in die stromstarke Entladungsform.

Zusammenfassung

Es wird der zeitliche Stromverlauf einer Townsend-Entladung beim statischen Durchbruch berechnet. Die Raumladung (der positiven Ionen) modifiziert das elektrische Feld E und damit auch den Stoßionisierungskoeffizienten α . Eine einfache Beziehung zwi-

schen dem Strom I , der repräsentativ für die gesamte Ladungsmenge ist, und der Gasverstärkung eine Elektronenlawine wird hergeleitet. Ausgehend von dieser Beziehung wird eine Differentialgleichung für den Stromanstieg bei Berücksichtigung der Raumladung aufgestellt. Die Lösung der Differentialgleichung wird mit einem experimentell aufgenommenen Stromverlauf verglichen und quantitative Übereinstimmung festgestellt.

Diese Arbeit wurde im Institut für Angewandte Physik der Universität Hamburg angefertigt. Der Leiter des Instituts, Herrn Professor H. RAETHER, danke ich für zahlreiche fördernde Diskussionen.

Literatur: [1] HIPPEL, A. V., u. J. FRANCK: Z. Physik 57, 696 (1929). — [2] SCHUMANN, W. O.: Z. techn. Phys. 11, 131, 194 (1930). — [3] ENGEL, A. V., u. M. STENBECK: Elektrische Gasentladungen, Bd. 2, Berlin 1934. — [4] ROGOWSKI, W., u. W. FÜCKS: Arch. Elektrotechn. 29, 362 (1935). — [5] VARNEX, R. N., H. J. WHITE, L. B. LOEB und D. Q. POSIN: Phys. Rev. 48, 818 (1935). — [6] RAETHER, H.: Z. angew. Phys. 5, 211 (1953). — [7] CROWE, R. W., J. K. BRAGG und V. G. THOMAS: Phys. Rev. 96, 10 (1954). — [8] WARD, A. L.: Phys. Rev. 112, 1852 (1958). — [9] KLUCKOW, R.: Z. Physik 148, 564 (1957). — [10] MIELKE, H.: Z. angew. Phys. 11, 409 (1959). — [11] PFAUE, J.: In Vorbereitung. — [12] LEGLER, W.: Z. Physik 140, 221 (1955).

Dipl.-Phys. W. KÖHRMANN,
Institut für Angewandte Physik der Universität Hamburg

Die Trägheit von Selensperrschicht-Photoelementen

Von FRITZ KÖNIG

Mit 17 Textabbildungen

(Eingegangen am 10. Juni 1959)

Problemstellung

Unbelichtete und konstant belichtete Selen-Sperrschichten zeigen bei Messungen in Wechselstrombrücken einen frequenzabhängigen Scheinwiderstand;

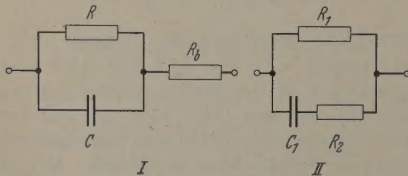


Abb. 1. Ersatzschaltbilder eines Sperrschichtgleichrichters

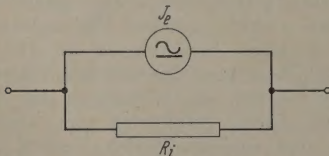


Abb. 2. Ersatzschaltbild eines Photoelementes

er kann häufig nach dem Vorbild von W. SCHOTTKY und W. DEUTSCHMANN [1] durch eins der beiden äquivalenten Ersatzschaltbilder von Abb. 1 beschrieben werden. Sind die Größen des Ersatzschaltbildes I bekannt, so gilt für diejenigen von II frequenzunabhängig:

$$R_1 = R + R_b; R_2 = R_b(1 + R_b/R); C_1 = C/(1 + R_b/R)^2.$$

Unter der im allgemeinen obwaltenden Bedingung $R_b \ll R$ sind die Größen R und R_1 bzw. R_b und R_2 bzw. C und C_1 paarweise einander ziemlich gleich; es ist daher gebräuchlich, in diesem Zusammenhang von dem Ersatzschaltbild I auszugehen, dessen Einzelimpedanzen sich folgendermaßen interpretieren lassen: R_b (= Bahnwiderstand) ist der Widerstand des massiven Halbleitermaterials zwischen der Sperrschicht und der zweiten, sperrfreien Elektrode sowie der Widerstand der Deckelektrode längs der Oberfläche; R (= Sperrschichtwiderstand) ist der differentielle ohmsche Widerstand der Sperrschicht, und C (= Sperrschichtkapazität) trägt der Tatsache Rechnung, daß bei einer Änderung der Vorspannung sich in der Randzone die Raumladung verändert.

Belichtet man eine Sperrschicht, so verhält sie sich wie ein aktiver Zweipol, den man wiederum durch ein Ersatzschaltbild nach Abb. 2 darzustellen versucht. Die vereinfachende Vorstellung erklärt die eingepreßte Stromquelle durch die ladungstrennende Wirkung des in der Sperrschicht vorhandenen elektrischen Feldes auf die durch den inneren lichtelektrischen Effekt ausgelösten Paare freier Ladungsträger. Der Innenwiderstand der Stromquelle ist für den Fall nicht-stationärer Lichtintensitäten wiederum komplex anzunehmen. F. W. GÜNDLACH [2] nimmt an, daß für den Innenwiderstand der Stromquelle der Zweipol I anzusetzen ist und daß dessen Einzelimpedanzen ausschließlich von der an der Zelle angelegten Vorspannung bzw. der

stationären Stromdichte (= Grundstromdichte) abhängen, nicht aber von der Frequenz des Wechselstromes oder der Lichtmodulation; ferner ist nach GÜNDLACH der eingeprägte Strom der Stromquelle gegenüber dem einfallenden Licht trägheitsfrei.

Diese Annahmen wurden von GÜNDLACH nicht näher begründet, und die Auswertung seiner diesbezüglichen Messungen erbrachte keinen zwingenden Nachweis für diese Annahme. Da andererseits von mehreren Autoren ([3] bis [6]) Messungen und Rechnungen über Sperrschichtwiderstände von Flächengleichrichtern vorliegen, die nicht mit dem erwähnten Ersatzschaltbild in Einklang zu bringen sind, erschien es notwendig, diese Frage noch einmal aufzunehmen. Es wird untersucht, ob die Trägheit der Photostrome oder Photospannungen allein durch das Wechselstromverhalten der unbelichteten oder konstant belichteten Zelle bestimmt ist, wie bisher angenommen wurde. Oder in der Sprache der Ersatzschaltbilder: ob der passive Zweipol der unbelichteten oder konstant belichteten Zelle aus dem aktiven Zweipol der mit Wechsellicht bestrahlten Zelle durch Weglassen der eingepprägten Stromquelle hervorgeht oder ob formal ein Frequenzgang dieser Quelle nach Phase und Amplitude angenommen werden muß, um den Trägheitsmessungen gerecht zu werden.

Wir beschränken uns auf einen Frequenzbereich von 67 bis 3200 Hz bei den Scheinwiderstandsmessungen und von 0,5 bis 370 Hz bei Wechsellicht. Es wurde bei Zimmertemperatur gemessen sowie bei Grundstromdichten unter $0,1 \text{ mA/cm}^2$ und Wechselstrom-Kurzschlußstromdichten unter $1 \text{ } \mu\text{A/cm}^2$ durch das Wechsellicht.

Messungen

A. Statische Messungen

Als Meßobjekte lagen vier Photoelemente der Firma Falkenthal & Presser (Nr. 1 bis 4) und 12 sondergefertigte Versuchszellen der SAF, Nürnberg (Nr. 5 bis 16) vor. Die Deckelektroden waren teils aus Cadmiumoxyd, teils metallisch; auch reflexionsvergütete befanden sich darunter. Die verschiedenen Ausführungen lagen immer paarweise vor.

Die stationären Messungen der Quantenausbeuten und der Dunkelkennlinien ergaben das bei Selensperschichtzellen bekannte Verhalten. Die Quantenausbeuten im Bereiche von 400 bis 800 nm Lichtwellenlänge sind für einige Zellen in den Abb. 3 und 4 dargestellt. Die Zellen 15 und 16 weisen eine gesteigerte Rotempfindlichkeit auf, vermutlich durch eine Reflexionsvergütung; bei den Zellen 1 und 2 zeigen sich geringfügige Anhebungen im Bereiche um 730 nm, die in der Literatur beschrieben und als Störstellen-Photoeffekte gedeutet werden [7], [8]. Die Quantenausbeuten erreichen bei allen Zellen, deren Oberfläche nicht metallisch glänzt, Werte in der Nähe von 1, ohne diesen innerhalb der Meßgenauigkeit zu überschreiten; metallisch glänzende Zellen (Nr. 5 bis 12) erreichen

geringere Quantenausbeuten bei gleichartiger spektraler Verteilung durch Reflexion und Absorption in der Platinschicht. Die Werte der Dunkelkennlinien stellten sich im Sperrgebiet mit einer Verzögerung von mehreren Sekunden ein, zeigten dann aber typischen Diodencharakter. Die wichtigsten Daten sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Der Bahnwiderstand und die Schleusenspannung folgen in üblicher Weise aus der Asymptoten der Durchlaßkennlinie. Die Sperr-

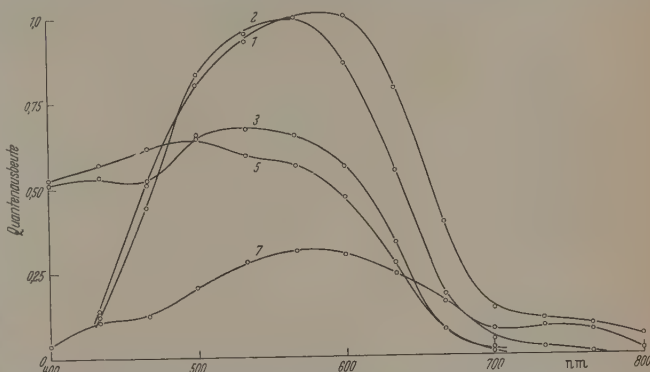


Abb. 3. Quantenausbeute des Photokurzschlußstromes. Die Quantenausbeute ist das Verhältnis der Zahl der fließenden Elementarladungen zur Zahl der auffallenden Lichtquanten; die Zahlen an den Kurven bezeichnen die Zellenexemplare

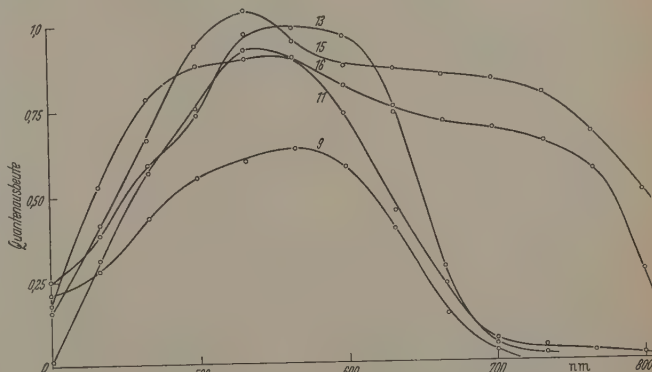


Abb. 4. Quantenausbeute des Photokurzschlußstromes

sättigungsstromdichte j_s ist gemäß der Beziehung $j = j_s \cdot (\exp(V/\mathfrak{B}) - 1)$ berechnet aus dem Verhältnis $\mathfrak{B}/(R_0 \cdot F)$ der Temperaturspannung \mathfrak{B} zum spezifischen Nullpunktswiderstand $R_0 \cdot F$. Die letzte Spalte der Tabelle gibt die Sperrspannung an, bei der diese Stromdichte gemessen wurde; die obige konventionelle Formel wird daher für alle Zellen schon unterhalb der Temperaturspannung ungültig.

B. Scheinwiderstandsmessungen

Der Scheinwiderstand der unbelichteten Zellen wurde in einer Brückenordnung gemessen, die es gestattete, das Meßobjekt mit einem festen Gleichstrom und einem diesem überlagerten und während des Abgleiches amplitudenkonstanten Wechselstrom zu belasten. Das Meßobjekt wurde dazu in einem Brückenast als Anodenwiderstand einer Penthode geschaltet; auch der andere Brückenast enthielt eine Penthode und als deren Anodenwiderstand einen regelbaren Ohmschen Vergleichswiderstand. Die Steuer-

Tabelle 3. Ersatzschaltbild des Scheinwiderstandes Zelle 1

Grundstromdichte j in $\mu\text{A}/\text{cm}^2$. Meßfrequenzen: (von oben nach unten) 67, 200, 400, 800, 1600 und 3200 Hz. R = Sperrschichtwiderstand in Ω , C = Sperrschichtkapazität in μF . Zellenfläche = $11,64 \text{ cm}^2$.

j	R	C	j	R	C	j	R	C
+9,0	697	2,05	-1,8	5705	1,149	-12,6	6820	0,406
	612	1,913		3125	1,156		5555	0,396
	566	1,808		2150	1,069		5050	0,3713
	439	1,720		1089	1,011		3187	0,3675
	420	1,593		569	0,915		1943	0,3455
	—	—		339	0,805		1100	0,3165
+7,2	798	1,888	-3,6	7110	0,919	-14,4	6750	0,370
	691	1,82		3845	0,894		5550	0,3565
	598	1,725		2533	0,872		5000	0,3507
	611	1,518		1395	0,802		3447	0,338
	388	1,413		699	0,730		2040	0,312
	350	1,275		325	0,698		1190	0,298
+5,4	950	1,837	-5,4	7590	0,750	-16,2	6550	0,341
	829	1,728		4135	0,750		5590	0,331
	705	1,617		2920	0,713		5100	0,324
	541	1,508		1697	0,645		3670	0,320
	422	1,334		847	0,574		2385	0,2995
	329	1,215		531	0,533		1275	0,283
+3,6	1317	1,722	-7,2	7590	0,615			
	1028	1,598		4715	0,606			
	824	1,508		3595	0,570			
	581	1,409		1985	0,552			
	380	1,366		1133	0,510			
	279	1,110		649	0,490			
+1,8	1760	1,573	-9,0	6890	0,536			
	1328	1,477		5045	0,520			
	1048	1,403		3973	0,495			
	664	1,310		2420	0,472			
	444	1,173		1458	0,429			
	288	1,048		805	0,392			
± 0	2850	1,400	-10,8	6950	0,459			
	2000	1,322		5210	0,450			
	1263	1,316		4380	0,424			
	892	1,172		2865	0,407			
	582	1,048		1672	0,376			
	279	0,950		902	0,358			

mit dem Ersatzschaltbild eignet sich besonders das Verhältnis $\tan \varphi / \omega$ des Tangens des Phasenwinkels zur Kreisfrequenz; der Betrag dieser Größe wird im folgenden als die „Trägheit“ der gemessenen Größe in dem jeweiligen Arbeitspunkt bezeichnet. Diese Trägheit wurde nun für die vorliegenden Meßpunkte in einem doppelt-logarithmischen Koordinatensystem dargestellt (Abb. 6). Die so für verschiedene Zellen erhaltenen Kurvenscharen stimmen darin überein, daß die Trägheit mit steigender Frequenz monoton abfällt, und zwar befolgt dieser Abfall mit steigender Meßfrequenz asymptotisch ein $1/\omega$ -Gesetz.

Die aus den Messungen für verschiedene Frequenzen und Grundströme nach dem Ersatzschaltbild ableitbaren Kapazitätswerte gestatten eine Nachprüfung der Schottkyschen Kapazitätsbeziehung:

$$\frac{1}{C^2} = \frac{8\pi}{\varepsilon q N} \cdot (V + V_D),$$

(C = Kapazität/ cm^2 , ε = Dielektrizitätskonstante, zu 6,3 angenommen, q = Elementarladung, N = konstante Störstellendichte, V = Klemmenspannung, V_D = Diffusionsspannung der Sperrschicht). Diese Beziehung (vgl. Abb. 7) erweist sich im Sperrgrundstrom-Gebiet als durchgehend erfüllt; im Durchlaßgebiet treten bei einigen Zellen Abweichungen in unterschiedlichem Sinne auf, am deutlichsten bei Zelle 1 (Abb. 7). Diese Erfüllung der von der Schottkyschen Theorie geforderten Beziehung ist um so bemerkenswerter, als sie gerade in einem Grundstrom-

bereich stattfindet, wo die aus den gleichen Voraussetzungen abgeleitete Diodenkennlinie nicht mehr dem gemessenen Verlauf (in Abb. 7 gestrichelt ge-

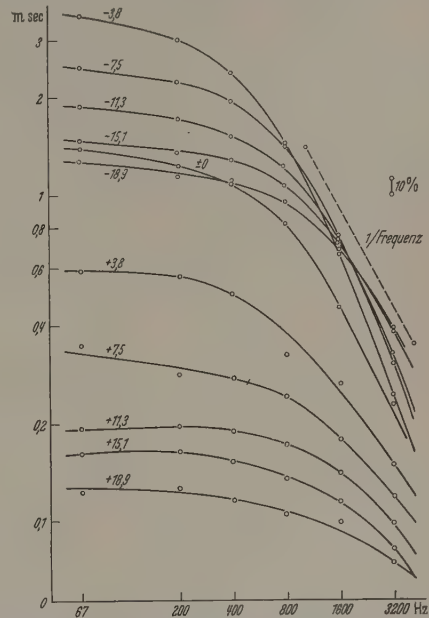


Abb. 6. Trägheit des Scheinwiderstandes von Zelle 11. Abszisse (Meßfrequenz) und Ordinate (mit Bahnwiderstand korrigierte Trägheit) sind logarithmisch geteilt. Die Zahlen an den Kurven bezeichnen die Grundstromdichte in $\mu\text{A}/\text{cm}^2$.

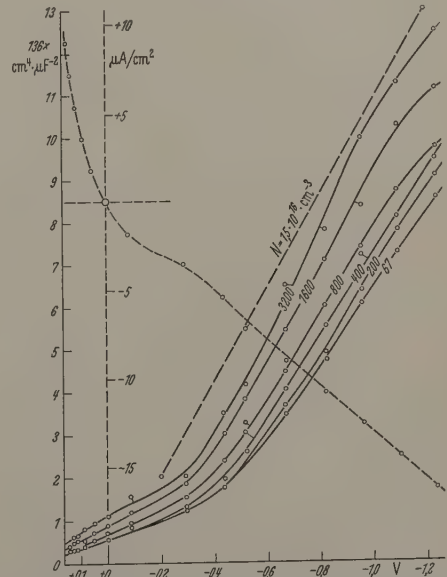


Abb. 7. Zur Schottkyschen Kapazitätsbeziehung, Zelle 1. Über der Zellenvorspannung ist gestrichelt die stationäre Strom-Spannungskennlinie aufgetragen und ausgezogen das Quadrat der reziproken Sperrschichtkapazität pro cm^2 . Die Zahlen an den Kurven bezeichnen die Meßfrequenzen. Für die Vergleichsgerade ist $\varepsilon = 6,3$ angenommen.

zeichnet) entspricht. Dieser scheint demzufolge wesentlich durch langsamere Ausgleichsvorgänge bestimmt zu sein, die bei Messungen mit Frequenzen oberhalb größenordnungsmäßig 10 Hz keine Rolle mehr spielen.

C. Messungen der Photospannung

Die Photospannungen der mit modulierte Licht bestrahlten Zellen im Modulationsfrequenz-Bereich von 26 bis 370 Hz wurden wiederum längs einiger Punkte der stationären Strom-Spannungs-Kennlinie, also im allgemeinen mit Hilfsvorspannung, aufgenommen (oberhalb 500 Hz ist der Betrag der zu messenden Spannung bereits zu gering, vgl. Abb. 8). Die hierbei auftretende mittlere Gleichlichteinstrahlung war stets gleich der Wechsellicht-Amplitude. Die Beleuchtungseinrichtung lehnte sich im wesentlichen an das Vorbild von W. LEO und C. MÜLLER [9] an. Das Meßobjekt und die Vergleichs-Vakuumzelle wurden durch Abbilden einer Wolfram-Glühwendel (Bildgröße etwa $5 \times 10 \text{ mm}^2$) beleuchtet und ihre Spannungen auskompensiert, indem die Vergleichszelle auf die

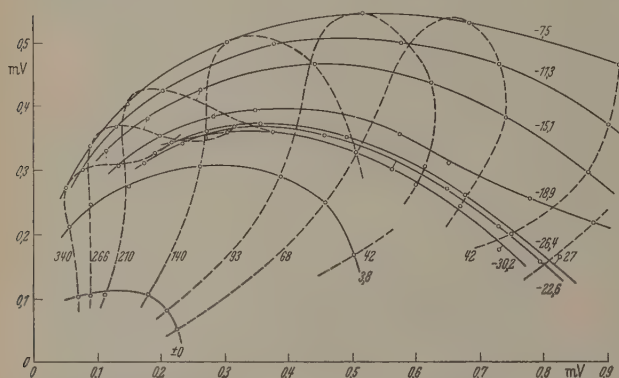


Abb. 8. Photoleerlaufspannung Zelle 10. Der Parameter der ausgezogenen Kurven ist die Grundstromdichte in $\mu\text{A}/\text{cm}^2$, der der gestrichelten Kurven die Meßfrequenz in Hz

Parallelschaltung eines Festkondensators und eines veränderlichen Ohmschen Widerstandes arbeitete und die daran abfallende Spannung nach einer niederohmigen Vorverstärkung noch in ihrer Amplitude verändert werden konnte. Im Strahlengang vor dem Meßobjekt befand sich ein enges Grünfilter (Agfa, 540 nm); in der elektrischen Schaltung konnte das Meßobjekt wiederum hochohmig mit einem festen Grundstrom belastet werden. Bei einem Abgleichsverhältnis von 10^3 konnten noch Wechselspannungen bis herab zu 1 mV ausgemessen werden. Der Gesamtklirrfaktor der Ausgangsspannungen von Meßobjekt und Vergleichszelle war kleiner als 1%, meist kleiner als 0,5%. Die Beleuchtungsstärke wurde einerseits so groß gewählt, daß eine ausreichende Meßgenauigkeit für eine möglichst große Anzahl von Frequenz- und Grundstrom-Einstellungen gewährleistet war, andererseits so klein, daß die ermittelten Größen noch innerhalb von 1% des Betrages den Werten für verschwindend kleine Intensitäten entsprachen, was durch probeweise Lichtabschwächung mit einer Irisblende im Strahlengang vor der Teilung überprüft wurde. Ferner konnte der Betrag der Photowechselspannung mit einem Röhrenvoltmeter gemessen werden.

Auch bei diesen Messungen zeigte es sich, daß eine zusätzliche Gleichlichteinstrahlung eine Änderung der Empfindlichkeit bewirkte, die noch einige Minuten nach Abschalten des Gleichlichtes zu beobachten war (Gleichlichtintensität etwa in der Größe der Wechsellichtamplitude). Es wurde ferner festgestellt, daß die

Meßergebnisse nicht vom Ort des Bildes der Glühwendel auf der Zellenfläche abhängen; ein eingestelltes Abgleich änderte sich nicht, wenn das Wendelbild über die Zelle hinwanderte, solange noch alles Licht auf die Zelle fiel.

Für die Messungen bei Frequenzen unter 12 Hz wurde ein photographisches Registrierverfahren benutzt. Hierbei arbeiteten Meßobjekt und Vergleichszelle bei derselben optischen Anordnung auf zweigleichartig aufgebaute Gleichstromverstärker, die je ein schnellschwingendes Galvanometer betrieben. Die Ausschläge dieser beiden Galvanometer wurden zusammen mit einer Frequenzmarke (Stimmgabel) auf einem 12 cm breiten Registrierstreifen photographiert. Die Phasenverschiebung gegenüber einer Registrierung mit parallelgeschalteten Verstärkereingängen wurde dann unter einer Lupe ausgemessen. Die Registrierungsempfindlichkeit betrug $5 \text{ cm}/\text{mV}_s$; wegen der schlechten Nullpunktskonstanz bei stromdurchflossenen Selenzellen im Verstärkereingang konnte nur ohne Vorspannung gemessen werden.

Da sich die Photoströme nicht direkt ohne Rückwirkung messen lassen, mißt man den Spannungsabfall an einem Ohmschen Belastungswiderstand. Die unmittelbare Extrapolation auf den idealen Kurzschlußstrom ist wegen des beträchtlichen Bahnwiderstandes nur in Sonderfällen möglich. Deshalb wurde versucht, die Extrapolation bei konstanter Frequenz indirekt mit dem Ersatzschaltbild Abb. 2 bei veränderlichem Außenwiderstande einschließlich Bahnwiderstand durchzuführen, denn daraus ergibt sich die eingepreiste Stromdichte unter der Voraussetzung, daß diese dem Licht trägheitslos folgt. Wie man an den Resultaten (vgl. Tabelle 4) erkennt, ist dann die Stärke der Stromquelle deutlich *belastungsabhängig*.

Tabelle 4. Photostrom Zelle 16, Ersatzschaltbild

Erste Spalte: Belastungswiderstand (reell) in Ω . j = Grundstromdichte in $\mu\text{A}/\text{cm}^2$, ν = Meßfrequenz in Hz. Die Zahlen bedeuten die Stromstärke der Stromquelle in nA.

j ν	10			-3,8			-7,5		
	143	92	68	143	92	68	143	92	68
10259	460	413	363	531	461	413	548	457	407
6259	452	413	375	511	461	430	542	482	444
3259	453	428	402	515	494	477	554	541	506
2259	456	441	433	516	522	521	571	550	543
1259	495	513	514	556	568	572	624	627	629
959	524	523	525	602	616	631	643	661	663
759	531	523	—	631	648	656	675	688	713
559	555	589	—	—	—	—	—	—	—

Bei tiefen Frequenzen (unter 10 Hz) gelang die direkte Extrapolation (vgl. Abb. 9); sie erweist, daß die Voraussetzung der Trägheitslosigkeit der Stromquelle dort *nicht* erfüllt ist. Wie man durch einen Vergleich mit Abb. 10 erkennt, ist die Zelle 16 bei 7 Hz noch völlig frei von den bei noch tieferen Frequenzen auftretenden Kriecherscheinungen.

Die Darstellungen, in denen die Photoleerlaufspannung in üblicher Weise in der komplexen Ebene aufgetragen ist, zeigen für höhere Frequenzen einen ähnlichen Verlauf wie die Scheinwiderstandskurven; bei

ereren Frequenzen verlaufen die Kurven jedoch häufig gestreckter, indem sich das Zurückkehren zur Nullen Achse verzögert (vgl. Abb. 8).

Der Verlauf der Trägheiten ($= -\operatorname{tg} \varphi/\omega$) der Photoerlaufspannungen als Funktion der Meßfrequenz ist bei den höheren Frequenzen (oberhalb 5 Hz) von Zelle zu Zelle uneinheitlich; in einigen Fällen steigt die Trägheit für alle Grundstrombelastungen monoton mit der Frequenz an (Abb. 11 und 12), in anderen Fällen fällt die Trägheit ebenso ab

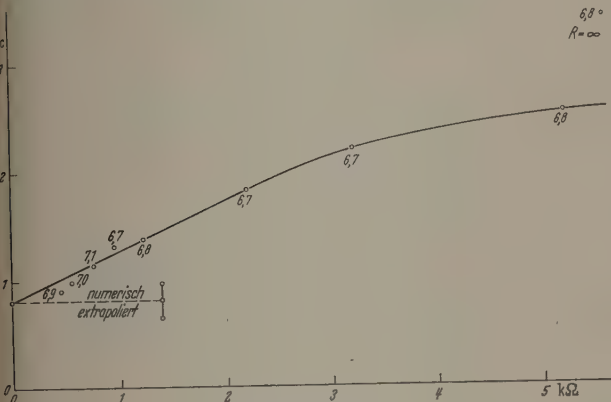


Abb. 9. Trägheit der Photospannung der Zelle 16. Die Abszisse stellt den Belastungswiderstand einschließlich Bahnwiderstand dar. Der extrapolierte Wert beträgt $(0,811 \pm 0,156)$ m. sec. Die Zahlen an den Meßpunkten bezeichnen die Meßfrequenzen

Abb. 10. Trägheit der Photoerlaufspannungen bei niedrigen Frequenzen. Die Trägheiten wurden an den durch die Nummern bezeichneten vorspannungsfreien Zellen gemessen. Eine Abhängigkeit der Amplitude von der Frequenz lag innerhalb der Meßgenauigkeit

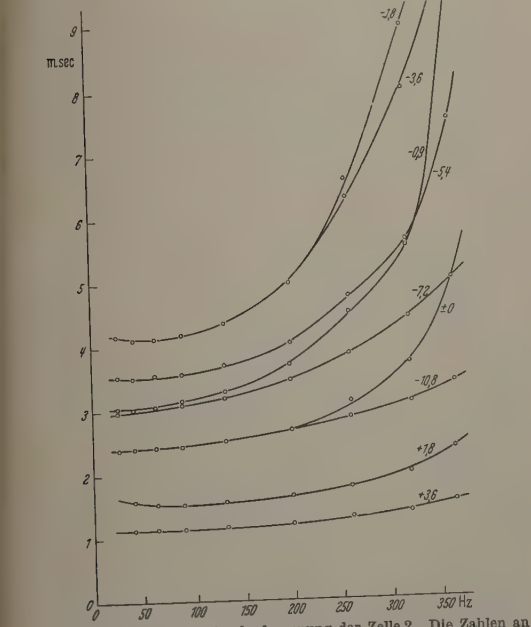
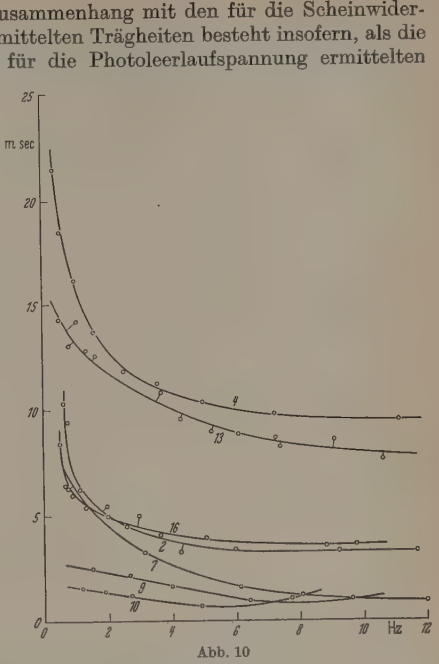


Abb. 11. Trägheit der Photoerlaufspannung der Zelle 2. Die Zahlen an den Kurven bezeichnen die Grundstromdichte in $\mu\text{A}/\text{cm}^2$

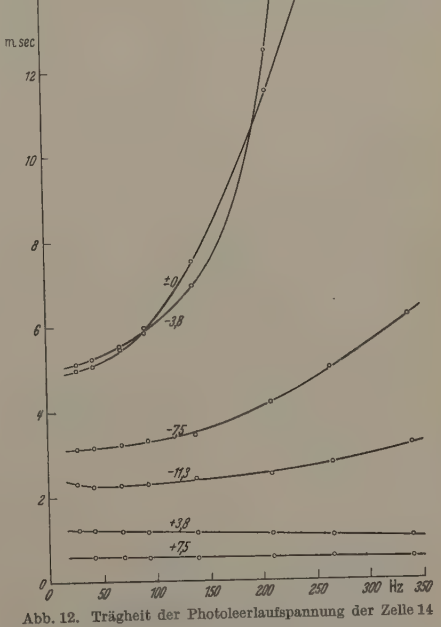


Abb. 12. Trägheit der Photoerlaufspannung der Zelle 14

(Abb. 13), bei den restlichen Zellen durchläuft die Trägheit ein Minimum (Abb. 14) oder ihre Tendenz ist grundstromabhängig. Bei tiefen Frequenzen (Abb. 10) beobachtet man für alle Zellen einen Anstieg der Trägheit der Photoerlaufspannung mit abnehmender Meßfrequenz.

Ein Zusammenhang mit den für die Scheinwiderstände ermittelten Trägheiten besteht insofern, als die kleinsten für die Photoerlaufspannung ermittelten

Trägheitswerte (Minima oder asymptotische Werte für steigende oder fallende Meßfrequenz) den für tiefe, also im allgemeinen andere Frequenzen ermittelten Trägheiten des Scheinwiderstandes innerhalb der Reproduzierbarkeit entsprechen. Die Trägheiten der Photoerlaufspannungen sind also stets größer oder

gleich der bei gleichem Grundstrom gemessenen Scheinwiderstandsträgheit. Als allgemeiner Verlauf der Trägheiten der Photoerlaufspannungen dürfte daher anzunehmen sein, daß dieser bei einer von der

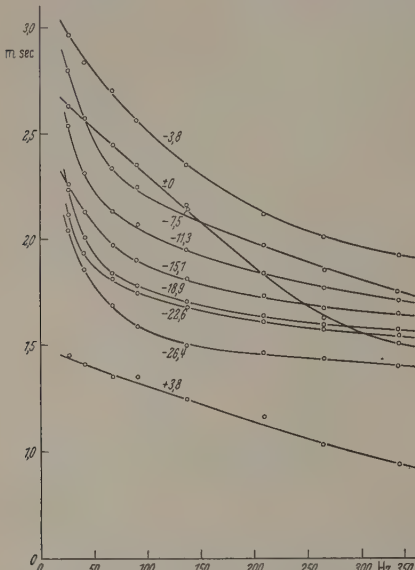


Abb. 13. Trägheit der Photoerlaufspannung der Zelle 10

Individualität der Zelle und der Grundstrombelastung abhängigen Frequenz ein Minimum durchläuft, welches der Trägheit des Scheinwiderstandes bei etwa 50 Hz

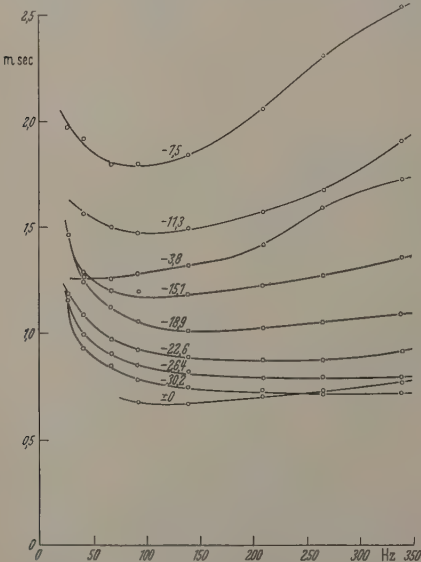


Abb. 14. Trägheit der Photoerlaufspannung der Zelle 16

entspricht. Da letztere zu tieferen Frequenzen hin ebenfalls noch wieder ansteigt, wie man aus dem verzögerten Erreichen der stationären Arbeitspunkte schließen muß, liegt es nahe, diesen Trägheitsanstieg bei sehr geringen Frequenzen auch im Falle der Photoerlaufspannung sog. Creep-Erscheinungen zuzuschreiben und für die hier in Betracht kommenden Fragen

nur den horizontalen und mit steigender Frequenz anwachsenden Trägheitsverlauf ins Auge zu fassen. Solche Kriechvorgänge findet man oft bei Photowiderständen, besonders bei tiefen Temperaturen als Folge von trap-Umladungen; bei Selen-Photoelementen sind solche längerdauernden Empfindlichkeitsänderungen nach sprunghafter Belichtungsänderung von G. BLET [10] eingehend untersucht worden.

Frühere Beobachtungen [11] hatten eine Abhängigkeit der Trägheit von der Spektralfarbe des einstrahlenden Lichtes bei tiefen Frequenzen gezeigt. In diesem Bereiche der Kriecherscheinungen hängt die

Tabelle 5. Grundstromabhängigkeit der spektralen Verteilung der Photoerlaufspannungsempfindlichkeit

Meßfrequenz: 67 Hz. j = Grundstromdichte in $\mu\text{A}/\text{cm}^2$. Die Zahlen bezeichnen den Betrag des Innenwiderstandes der Stromquelle gemäß Ersatzschaltbild Fig. 2 in willkürlichen Einheiten.

Zelle	j	+1,8	± 0	-3,6	-7,2
1	blau	1,864	2,065	2,265	2,227
	grün	1,886	2,065	2,265	2,205
	rot	1,841	2,025	2,245	2,187
	Mittel	1,864	2,052	2,258	2,206
	$\pm \%$	0,7	0,65	0,4	0,6

Zelle	j	+3,6	+1,8	± 0	-3,6
4	blau	0,0706	0,145	0,913	0,881
	grün	0,0766	0,138	0,719	0,904
	rot	0,0780	0,154	0,857	0,722
	Mittel	0,0751	0,146	0,830	0,836
	$\pm \%$	2,6	3,1	7	6,7

Zelle	j	± 0	-7,5	-15,1	-22,6	-30,2
10	blau	0,541	1,161	1,222	1,193	1,027
	grün	0,513	1,042	1,138	1,022	0,945
	rot	0,578	1,110	1,222	1,141	1,068
	Mittel	0,544	1,104	1,194	1,119	1,013
	$\pm \%$	3,5	5	2,3	5	3,6

Zelle	j	+7,5	+3,8	± 0
13	blau	0,6625	1,132	2,25
	grün	0,7240	1,183	2,20
	rot	0,7370	1,063	2,073
	Mittel	0,7075	1,126	2,174
	$\pm \%$	2,3	3,1	2,0

Vorgang vom Photoeffekt im Gitter und in den Fangstellen ab, die verschiedene spektrale Empfindlichkeiten haben und so auch einen spektralen Gang der Trägheiten in diesem Bereiche verständlich machen. Im Bereiche des reinen Gitter-Photoeffektes kann ein Spektralgang nur durch die veränderliche Eindringtiefe des Lichtes in die Sperrschicht und den verschiedenen tiefen Entstehungsort der zusätzlichen Trägerpaare verstanden werden. Eine Verlagerung der Sperrschicht durch eine veränderliche Gleichvorspannung könnte diese Unterschiede zum Ausdruck bringen.

Für die Untersuchung dieser Frage, ob die spektrale Verteilung der Photoerlaufspannung durch eine Änderung der Zellenvorspannung beeinflusst werden kann, wurden vier Zellen jeweils hinter drei engen Farbfiltern (Co-Glas + CuSO_4 -Küvette, Grünfilter wie oben, Rubinglas) wieder an verschiedenen Punkten der stationären Kennlinie mit Wechsellicht beleuchtet und

re Photoerlaufspannungen nach Betrag und Phase emessen. Die hierbei verwandte Meßfrequenz von 7 Hz lag hoch genug über der reziproken Relaxationszeit der Kriechvorgänge (< 10 Hz). Die Tabelle 5 zeigt, daß der Betrag des Innenwiderstandes nach dem benutzten Ersatzschaltbild mit beleuchtungsunabhängiger Sperrschichtkapazität von Abb. 2 innerhalb der Meßgenauigkeit nicht von der Wellenlänge des einfallenden Lichtes abhängt¹. Aus der Tabelle 6 ist zu sehen, daß die Verhältnisse der Stromstärken der

Tabelle 6. Grundstromabhängigkeit der spektralen Verteilung der Photoerlaufspannungsempfindlichkeit

Bezeichnungen wie Tabelle 5; die Zahlen bezeichnen das Verhältnis des Betrages der Photoerlaufspannung bei blauem und rotem Licht zu dem der Spannung bei grünem Licht, wenn der Innenwiderstand als nur vom Grundstrom abhängig angenommen wird.

Zelle	<i>j</i>	+1,8	±0	-3,6	-7,2		Mittelwert
1	blau	0,210	0,202	0,202	0,193		0,202 ± 1,7% 3,08 ± 1,0%
	rot	3,12	3,02	3,05	3,16		
Zelle	<i>j</i>	+3,6	+1,8	±0	-3,6		Mittelwert
4	blau	0,286	0,252	0,252	0,308		0,282 ± 4,0% 0,929 ± 1,8%
	rot	0,876	0,823	0,947	1,07		
Zelle	<i>j</i>	±0	-7,5	-15,1	-22,6	-30,2	Mittelwert
10	blau	0,306	0,320	0,340	0,314	0,333	0,328 ± 2,0% 0,983 ± 1,3%
	rot	0,958	0,956	0,973	0,102	1,01	
Zelle	<i>j</i>	+7,5	+3,8	±0			Mittelwert
13	blau	0,276	0,262	0,228			0,255 ± 5,6% 0,991 ± 1,5%
	rot	0,973	0,980	1,02			

Stromquelle, bezogen auf die Stromstärken bei Benutzung des Grünfilters, sich nicht durch die Vorspannung außerhalb der Meßgenauigkeit beeinflussen lassen.

Diskussion der Meßergebnisse

A. Diffusionstheorie des Sperrschichtphotoelementes

Der rechnerischen Behandlung des Verhaltens von Sperrschicht-Dioden und -Photoelementen legen wir die Voraussetzungen und Annahmen der Schottky'schen Randschichttheorie zugrunde (vgl. hierzu [12], [13]). Das Licht falle parallel zur x -Achse von der Metallseite her ein und werde nach einem Exponentialgesetz absorbiert: $Z = Z_0 x_0 \cdot \exp(-x/x_0)$, Z = Zahl der pro cm^3 und sec erzeugten Ladungsträgerpaare, Z_0 = Beleuchtungsstärke in Zahl der bei $x=0$ pro cm^2 und sec eindringenden Lichtquanten. Jedes absorbierte Lichtquant erzeuge ein Elektron-Loch-Paar, wovon die Löcher den Störleitungslöchern äquivalent seien und die Konzentration der Elektronen vernachlässigt werde.

Die Kontinuitätsgleichung für die Löcherkonzentration $p(x, t)$ lautet im allgemeinen Fall:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -1/q \cdot \text{div} (j_{\text{Feld}} + j_{\text{Diff}}) + Z.$$

¹ Bei den stärkeren Streuungen bei den Zellen 4 und 10 ist zu berücksichtigen, daß für „grün“ noch ein nachweisbarer Einfluß der hier stärksten Intensität auf den Innenwiderstand angenommen werden muß.

Die durch den vorgegebenen Grundstrom bestimmten zeitunabhängigen Größen der elektrischen Feldstärke und der Löcherkonzentration bezeichnen wir mit $E_0(x)$ und $p_0(x)$, und, da wir uns nur für die Klemmenspannung interessieren, setzen wir noch $\mathcal{E}(x) = E(x) - E_0(x)$, führen die Abkürzungen $v(x) = b \cdot E_0(x)$, $\tau(x) = \varepsilon/(4\pi q \cdot b \cdot p_0(x))$, $\tau_0 = \tau(x=0)$, $\tau_N = \tau(\infty)$ ein und erhalten damit unter Verwendung der Poisson-Gleichung

$$\mathcal{E}'(x, t) = 4\pi q/\varepsilon \cdot (p(x, t) - p_0(x))$$

sowie unter Vernachlässigung aller Glieder, die proportional höheren Potenzen von $\mathcal{E}(x, t)$ sind, durch eine Integration zwischen x und l (bei $x=l \gg x_0$ sei eine zweite, sperrfreie Elektrode) den folgenden Ausdruck:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = D \mathcal{E}'' - (v \cdot \mathcal{E})' + \frac{4\pi q}{\varepsilon} \cdot (j_{\text{zus}}(l) - Z_0 \cdot \exp(-x/x_0)).$$

Hier ist D die Diffusionskonstante der Löcher; Striche bedeuten örtliche Ableitungen und unter j_{zus} ist die zeitlich veränderliche Differenz zwischen der Gesamtstromdichte und der Stromdichte des stationären Grundstromes verstanden.

Wie man an dieser Gleichung erkennt, läßt sich ihre Lösung darstellen als die Summe je einer Lösung für den Fall eines vorgeschriebenen zusätzlichen Stromes $j_{\text{zus}}(l)$ ohne Lichteinstrahlung und einer Lösung für den Fall der Leerlaufspannung bei vorgegebener Belichtung Z_0 ; diese Summendarstellung überträgt sich auch auf die Potentiale und die Klemmenspannungen. Sind Strom und Lichtmodulation zeitlich harmonisch mit gleicher Kreisfrequenz, so kann man den Gleichlichtanteil zu den Kenngrößen des Arbeitspunktes rechnen und entsprechend der Vektorrechnung der Wechselstromtechnik schreiben:

$U = Rj + \mathcal{E}Z_0$, wobei R den Scheinwiderstand und \mathcal{E} eine ebenfalls komplexe „Scheinleerlaufempfindlichkeit“ bedeuten. Diese Gleichung hat für eine Zelle der Zellenfläche F zur Folge, daß bei einem Arbeitswiderstand R_a die Klemmenspannung U und der Photostrom i bei Einstrahlung einer bestimmten Energie $I(t)$ nicht von der Größe der Teilfläche f abhängen, auf die die Energie eingestrahlt wird; denn unabhängig von f folgt aus diesen Gleichungen für Photostrom und Photospannung:

$$i = -\frac{\mathcal{E} \cdot I(t)}{R_a \cdot F + R}, \quad U = \frac{\mathcal{E} \cdot I(t)}{F + R/R_a}.$$

1. *Scheinwiderstand.* Die allgemeine Integration der abgeleiteten Differentialgleichung ist schwierig; eine in der Literatur [4] als Festschichthypothese bezeichnete Vereinfachung vernachlässigt die beiden Glieder mit den örtlichen Ableitungen der gesuchten Funktion. Für den Fall des Wechselstromes bei Abwesenheit von Licht lautet dann die Lösung:

$$\mathcal{E}(x, t) = 4\pi q/\varepsilon \cdot j \cdot \tau(x) \cdot (1 - \exp(-t/\tau(x))),$$

wenn j die zeitunabhängige Stärke einer bei $t=0$ einsetzenden geringen Zusatzstromdichte ist.

Die Festschichthypothese ist in folgendem Sinne eine Näherung: Besitzt der Halbleiter in x -Richtung die Länge l , so integriert sich die Differentialgleichung zu:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = D \cdot V'' - v(x) \cdot V' - \frac{V}{\tau_N} - \frac{4\pi}{\varepsilon} j_{\text{zus}}(x - l).$$

Man kann einen Lösungsansatz einführen der Form:

$$V(x, t) = -\frac{4\pi}{\varepsilon} \cdot j_{\text{zus}} \cdot \int_l^x \tau(\xi) \cdot F(y) \cdot d\xi,$$

$$y = 1 - e^{-\theta(\xi)}, \quad \theta(\xi) = t/\tau(\xi),$$

und aus ihm mit Hilfe der Differentialgleichung die Funktion $F(y)$ bestimmen; man erhält:

$$\int_0^l \left\{ \frac{p_r}{N} (e^{-\theta} \cdot F'' - 1) + \frac{p_r}{N} F \right\} d\xi \\ = d \{ (3 + \alpha) F_0 - (2 + \alpha) \theta_0 e^{-\theta_0} F_0' \}.$$

Dabei ist $p_r = p_0(0)$, $N = p_0(l) = \text{Störstellendichte}$ und α das Verhältnis des Diffusions- zum Feldanteil

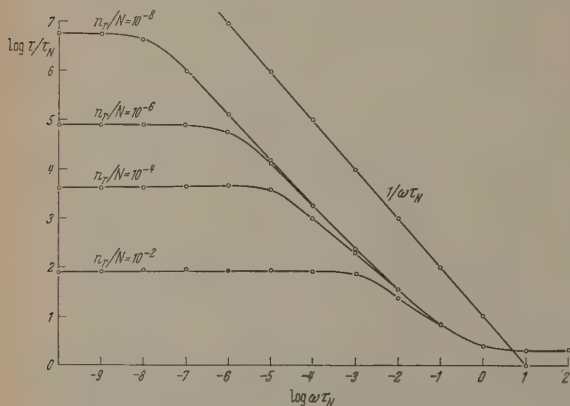


Abb. 15. Trägheitsverlauf einer Festschicht. Dem Beispiel liegt die Annahme einer Leitfähigkeitsverteilung $\sigma/\sigma_0 = (1 - p_r/N) \cdot x/a + p_r/N$ für $0 \leq x \leq a$ zugrunde; τ_N ist die dielektrische Relaxation der niederohmigsten Stelle $x = a$

der Grundstromdichte bei $x=0$; d ist die „Sperrschichtdicke“, definiert durch

$$d = v(0) \cdot \tau_N = \int_0^\infty (1 - p_0/N) d\xi \quad \text{mit} \quad v(l) = 0,$$

mit $_0$ indizierte Größen¹ beziehen sich hier auf die Kontaktebene $x=0$ und Striche bedeuten Ableitungen nach den Argumenten. Für $t=0$ und für die Anfangsbedingung $F(0)=0$ ergibt sich

$$l \cdot p_r/N \cdot (F'(0) - 1) = 0, \quad \text{also} \quad F'(0) = 1 \quad \text{für alle } l.$$

Differentiation nach t und Spezialisierung für $t=0$ liefert

$$F''(0) \cdot \int_0^l p_0/N d\xi = 0, \quad \text{also} \quad F''(0) = 0 \quad \text{für alle } l.$$

Für $F'''(0)$ ergibt sich entsprechend

$$F'''(0) \cdot \int_0^l p_0^2/(p_r N) d\xi \\ = (1 + \alpha) d + \int_0^l (1 - p_0/N) \cdot p_0/p_r d\xi.$$

Hier divergiert das Integral auf der linken Seite als Funktion von l , während die rechte Seite endlich bleibt; für hinreichend großes l kann man daher $F'''(0)$ (und dann auch die höheren Ableitungen) vernachlässigen, was zum Ausdruck bringt, daß durch

¹ Mit Ausnahme von $p_0(x)$.

einen überwiegenden Bahnwiderstand die Festschichthypothese trivial wird. Beschränkt man die Integration aber auf eine Länge der Größenordnung d , ist $F'''(0) \neq 0$. Für die Feldstärke ergibt sich somit die Näherung:

$$\mathcal{E} = \frac{4\pi}{\varepsilon} j_{\text{zus}} \cdot \tau(x) \cdot \left\{ (1 - e^{-t/\tau(x)}) + \frac{1}{3!} \cdot F'''(0) (1 - e^{-t/\tau(x)})^3 + \dots \right\}.$$

Die höheren Potenzen liefern erst merkliche Beiträge nach Zeiten, die logarithmisch mit dem Grade l Näherung anwachsen.

Die Randbedingung $V''(0, t) = 0$ der Schottkysche Theorie ist hiernach nur bis zur ersten Potenz von t/τ_0 erfüllt; dies erscheint mit Rücksicht auf die Größe von τ_0 und den erwähnten Unterschied zwischen dynamischer und statischer Kennlinie als annehmbar.

Diese Näherung liefert einen Scheinwiderstand der Sperrschicht, der dem Ansatz

$$j = \sigma E + \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{\partial E}{\partial t}$$

mit einer ortsabhängigen Leitfähigkeit σ entspricht. Sind j und E von t mit der Kreisfrequenz ω abhängig, so stellt sich der Scheinwiderstand von 1 cm^2 Diodenfläche dar als das Integral über den komplexen spezifischen Widerstand

$$\Re = \int_0^l \left(\sigma - i \frac{\varepsilon \omega}{4\pi} \right) \cdot \left(\sigma^2 + \left(\frac{\varepsilon \omega}{4\pi} \right)^2 \right)^{-1} \cdot dx.$$

Für diesen Widerstand ist der Trägheitsverlauf berechenbar, wenn die Leitfähigkeitsverteilung bekannt ist. So ergeben sich z.B. in den folgenden Fällen

1. $\sigma \sim 1 + (x/a)^2$, $l = \infty$,
2. $\sigma \sim \exp(x/a)$, $l = \infty$,
3. $\sigma \sim \mathfrak{I}g(x/a + \Re \mathfrak{I}g(p_r/N))$, $l/a = 10$,
4. $\sigma/p_0 = (1 - p_r/N) \cdot x/a + p_r/N$, $l = a$

qualitativ übereinstimmende Trägheitsverteilungen, die über weite Frequenzbereiche wie $1/\omega$ verlaufen und bei kleiner werdender Kreisfrequenz mit horizontaler Tangente bei einem Trägheitswerte einmünden, der größenordnungsmäßig der dielektrischen Relaxation der höchstohmigen Stelle $x=0$ entspricht (vgl. hierzu die Darstellung des Fall 4 in Fig. 15).

2. Photoerlaufspannung. Die Prüfung der Frage, ob auch für den Fall des Wechsellichtes die Festschichthypothese zulässig ist, führt beim Feldglied $(v\mathcal{E})'$ zu der zu erfüllenden Ungleichung $x_0 \gg v(x) \cdot \tau(x)$. Für $x=0$ kann man die Ungleichung so umschreiben

$$x_0 \gg \sqrt{\frac{2V_D}{\mathfrak{R}}} \cdot e^{V_D/\mathfrak{R}} \cdot L \quad \text{mit} \quad L = \sqrt{\frac{\varepsilon \mathfrak{R}}{4\pi q N}}.$$

x_0/L dürfte höchstens von der Größenordnung 10 sein; der von der Diffusionsspannung abhängige Faktor von L in der Ungleichung ist aber für $V_D = 0,2 \text{ V}$ bereits $1,2 \cdot 10^4$, bei $0,5 \text{ V}$ sogar $3 \cdot 10^5$. Es muß also davon ausgegangen werden, daß in diesem Falle die Festschichthypothese nicht zulässig ist.

Indem wir die Differentialgleichung für die Zusatzfeldstärke $\mathcal{E}(x, t)$ mit $j_{\text{zus}}(l) = 0$ einmal zwischen

und $l = \infty$ integrieren und das Zusatzpotential im Unendlichen verschwinden lassen, erhalten wir für die Empfindlichkeit

$$S(x, t) = -\varepsilon / (4\pi q Z_0) \cdot V(x, t)$$

Die Beziehung

$$\frac{\partial S}{\partial t} = D S'' - v(x) \cdot S' - \frac{S}{\tau_N} + x_0 \cdot \exp(-x/x_0).$$

Indem man nun einmal nach x und einmal nach t differenziert und neben der Randbedingung $S''(0, t) = 0$ noch vereinfachend $S'''(0, t) = 0$ setzt, erhält man für $x = 0$:

$$\frac{d^2 S_0}{dt^2} + \left(\frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau_N} \right) \frac{d S_0}{dt} + \frac{1}{\tau_0 \tau_N} \cdot S_0 = v_0 + x_0 \tau_N.$$

Die an die Anfangsbedingungen $S_0(0) = 0$ und $S'_0(0) = x_0$ angepaßte Lösung läßt sich folgendermaßen schreiben:

$$S_0(t) = d\tau_0 \frac{\tau_0}{\tau_0 - \tau_N} (1 - e^{-t/\tau_0}) + x_0 \tau_N (1 - e^{-t/\tau_N}) + d\tau_N \frac{\tau_0}{\tau_0 - \tau_N} e^{-t/\tau_N} - d\tau_N \frac{\tau_0}{\tau_0 - \tau_N}.$$

Sie entspricht im Sinne der Fig. 2 einem Ersatzschaltbild, wie es Fig. 16 darstellt, in der die Stromquelle trägheitsfrei und von frequenzunabhängiger Amplitude sein soll. Fig. 17 stellt die Ortskurve dieses Ersatzschaltbildes dar; der Deutlichkeit halber wurde die Diffusionsspannung so gering angenommen, daß die Randkonzentration der Löcher nur $1/4$ der Störstellendichte ist; die Unterschiede zwischen den drei Kurven spiegeln den Einfluß der Absorptionslänge des eingestrahelten Lichtes wieder.

Danach besitzt die Trägheit der Photoleerlaufspannung bei sehr kleinen Frequenzen den Wert

$$\tau(\omega \rightarrow 0) = \frac{1 + \frac{\tau_N}{\tau_0} \left(1 + \frac{\tau_N}{\tau_0} \cdot \frac{x_0}{d} \right)}{1 + \frac{\tau_N}{\tau_0} \cdot \frac{x_0}{d}} \cdot \tau_0 \approx \tau_0$$

und verläuft bei anfänglich horizontaler Tangente mit steigender Frequenz nach zunehmend größeren Werten, um bei der Frequenz

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{d\tau_0 + x_0\tau_N}{d\tau_0 - x_0\tau_N}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\tau_0\tau_N}} \approx \sqrt{\frac{1}{\tau_0\tau_N}}$$

eine Unendlichkeitsstelle zu erreichen; für noch höhere Frequenzen sind die Phasenwinkel größer als 90° . Im Grenzwert unendlich hoher Frequenz ergibt sich die dann negative Trägheit

$$\tau(\omega \rightarrow \infty) = -\frac{x_0}{d - x_0} \tau_N.$$

Bei ω_1 ist die Amplitude der Photoleerlaufspannung gegenüber der Amplitude bei verschwindender Frequenz auf den Bruchteil $\sqrt{\tau_N/\tau_0}$ abgesunken¹, der bei einer Diffusionsspannung von 0,2 bzw. 0,5 V zu $1,7 \cdot 10^{-2}$ bzw. $5 \cdot 10^{-3}$ ausfällt; ω_1 selbst berechnet sich für diese Diffusionsspannungen zu

$$(8,3 \cdot 10^3 \text{ bzw. } 20,6) \cdot \left(\frac{6,3}{\varepsilon} \right) \cdot \left(\frac{b}{\text{cm}^2} \right) \cdot \left(\frac{N}{\text{cm}^3} \right) \cdot \left(\frac{10^{16}}{\text{V} \cdot \text{sec}} \right) \cdot \text{kHz}.$$

B. Vergleich mit den Meßergebnissen

Die gemessene Abhängigkeit der Trägheit des Scheinwiderstandes entspricht der Rechnung in ihrem Gang mit $1/\omega$ und der Tendenz, bei tieferen Frequenzen gegen einen frequenzunabhängigen Wert zu gehen. Dieser ist jedoch grundstromabhängig in ähnlicher Weise wie der differentielle Sperrschicht-Gleichstromwiderstand, indem er mit zunehmender Annäherung an das Sperrgebiet zunächst ansteigt, um

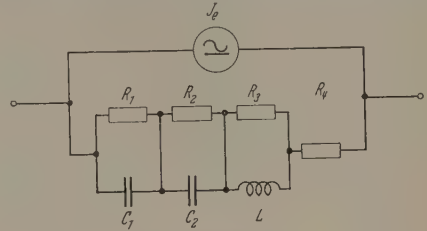


Abb. 16. Aus der Diffusionstheorie genähert abgeleitetes Ersatzschaltbild des Photoelementes

bei geringeren Sperrspannungen ein Maximum zu durchlaufen und alsdann zu höheren Sperrspannungen hin wieder abzunehmen.

Die Trägheiten der Photoleerlaufspannungen zeigen den der Rechnung entsprechenden horizontalen und für höhere Frequenzen ansteigenden Verlauf; der

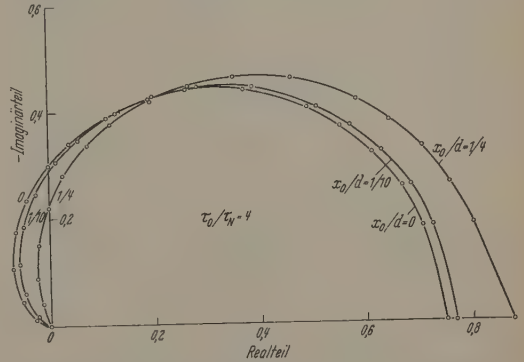


Abb. 17. Ortskurven (Parameter: Frequenz) der Photoleerlaufspannung des Photoelementes unter Wechsellicht nach der Diffusionstheorie

Gang der horizontalen Asymptoten bzw. der Minima entspricht in seiner Grundstromabhängigkeit dem beim Scheinwiderstand Ausgeführten und ist ebenfalls ein Ausdruck für die Tatsache, daß sich die Randkonzentration bei nicht zu schneller Variation des Grundstromes merklich ändert.

Der Befund, daß die spektrale Verteilung der Empfindlichkeit der Photoleerlaufspannung nicht meßbar durch die Vorspannung beeinflusst werden kann, steht im Einklang mit der von der Rechnung gelieferten Empfindlichkeitsbeziehung, in der $x_0\tau_N$ gegen $d\tau_N$ und gar erst $d\tau_0$ als klein angesehen werden muß. In der Theorie des Sperrschichtphotoeffektes von K. LEHOVEC [14] spielt das Verhältnis x_0/d die ausschlaggebende Rolle, ohne daß diese Längen, wie hier, noch mit Zeitkonstanten bewertet werden.

Wenn Experiment und Rechnung dazu führen, daß sich der Scheinwiderstand \Re und die Leerlaufempfindlichkeit \mathcal{S} nicht nur um einen reellen (Maßstabs-)Faktor unterscheiden, so folgt daraus, daß

¹ Dies ist eine Näherung für den Fall $\tau_0 \gg \tau_N$.

die Kurzschlußstromempfindlichkeit — \mathcal{S}/R ebenfalls komplex ist; dies wird durch das Experiment nach Abb. 9 bestätigt.

Diese letztere Tatsache ist der folgenden anschaulichen Deutung fähig: Die durch den Photoeffekt entstandenen freien Ladungsträger werden innerhalb der Sperrschicht überwiegend durch das dort herrschende inhomogene elektrische Feld auf eine ebenfalls ortsabhängige Driftgeschwindigkeit gebracht; da der stationäre Photokurzschlußstrom aber ortsunabhängig ist, bedarf es in erster Näherung einer Leitfähigkeitsvergrößerung an den Stellen, wo das Feld geringer ist, so daß hier mit dem Entstehen einer Raumladung gerechnet werden muß. Diese führt nach außen hin zu einem kapazitiven Verhalten des Elementes bei zeitlicher Änderung des Photostromes.

Die Trägheitserscheinungen bei sehr geringen Frequenzen (unter 10 Hz) werden von dieser Betrachtung nicht erfaßt.

Zusammenfassung

An 16 verschiedenen hergestellten Selen-Photoelementen wurde die Abhängigkeit von Frequenz und Vorspannung 1. des Scheinwiderstandes im Dunkeln und bei schwacher Beleuchtung sowie 2. der Photowechselspannung bei schwachem intermittierendem Licht bei Leerlauf und Ohmschen Schließungswiderständen gemessen. Ein Ziel der Untersuchung war festzustellen, ob der unter 1. gemessene Scheinwiderstand in der Zweipoldarstellung der zu 2. gemessenen Photowechselspannung verwendbar ist und ob zutreffendenfalls ein einfaches Ersatzschaltbild für den Zweipol aufgestellt werden kann. Der nach verschiedenen Methoden ermittelte Bahnwiderstand der Zellen ist so bedeutend, daß es tunlich ist, ihn zum Belastungsstromkreis hinzuzurechnen; dann sind bei den Spannungsmessungen nur verhältnismäßig kurze Stücke der Zweipolkennlinien nahe dem Leerlauf zugänglich. Eine Zweipoldarstellung unter Verwendung des Dunkelscheinwiderstandes erfordert die Annahme einer

Phasenverschiebung zwischen eingepprägtem Strom und dem Wechsellicht, die dann auch noch von der Zellenvorspannung abhängt. Eine Beseitigung dieser Phasenverschiebung scheint auch bei Extrapolation auf den Gesamt-Schließungswiderstand Null nicht möglich.

Das Verhalten des Dunkelscheinwiderstandes kann befriedigend durch ein Schichtensystem oder eine inhomogene Schicht ohne Trägerdiffusion („Festschichthypothese“) für nicht zu niedrige Frequenzen dargestellt werden. Die wesentlichen Züge des Wechselverhaltens lassen sich aus der Schottkyschen Theorie — jedoch nicht der vereinfachten — verstehen. Bei sehr tiefen Frequenzen (unter 15 Hz) treten jedoch starke Relaxationserscheinungen mit großen Zeitkonstanten auf, welche mit diesen Überlegungen nicht erfaßt werden können.

Diese Arbeit wurde im II. Physikalischen Institut der Universität zu Köln ausgeführt. Herrn Professor Dr. J. JAUMANN, danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit und für wertvolle Diskussionen. Der SAI Nürnberg und Herrn Dr. KLEIN danken wir für die Überlassung von Versuchszellen. Ferner bin ich dem Battelle Memorial Institut für Deutschland für die Gewährung eines Stipendiums zu Dank verpflichtet.

Literatur: [1] SCHOTTKY, W., u. W. DEUTSCHMANN: Phys. Z. 30, 839 (1929). — [2] GUNDLACH, F.W.: Arch. Elektro-techn. 10, 625 (1936). — [3] COOPER, R.: Proc. Phys. Soc. Lond. A 63, 176 (1950). — [4] ROSE, F.: Ann. Phys. 9, 97 bis 140 (1951). — [5] SCHMIDT, A.: Z. Physik 117, 754 (1941). — [6] WOOD, L.A.: Rev. Sci. Instrum. 4, 434 (1933). — [7] EKART, F., u. A. SCHMIDT: Z. Physik 118, 199 (1941). — [8] SANNER, H.G.: Ann. Phys. 7, 416 (1950). — [9] LEO, W., u. C. MÜLLER: Phys. Z. 36, 113 (1935). — [10] BLEY, G.: J. Phys. Radium 17, 430 (1956). — [11] FRIEDRICH u. JAUMANN: Diplomarbeit T.H. Brunn 1940, unveröffentlicht. — [12] SCHOTTKY, W., u. E. SPENKE: Wiss. Veröff. Siemens-Werke 18, 225 (1939). — [13] SPENKE, E.: Z. Physik 126, 67 (1949). — [14] LEOVEC, K.: Z. Naturforsch. 1, 258 (1946); 2a, 398 (1947).

Dr. FRITZ KÖNIG,
II. Physikalisches Institut der Universität Köln

Der Wärmeübergang zwischen konzentrischen Zylindern in Flüssigkeiten und Gasen

Von HERMANN SENTLEBEN und PETER SCHNABEL

Mit 4 Textabbildungen

(Eingegangen am 13. Juli 1959)

Vor einigen Jahren sind in dieser Zeitschrift Untersuchungen des einen der Verfasser über „Die Wärmeabgabe von Körpern verschiedener Form in Flüssigkeiten und Gasen“ veröffentlicht worden [1], [2].

Dieses Problem hat in der Technik Bedeutung, ist aber wegen des Zusammenwirkens von Wärmeleitung und Konvektionsströmung so kompliziert, daß nur in ganz wenigen Fällen und in eng begrenzten Bereichen der in Frage kommenden Variablen eine strenge Behandlung der Vorgänge gelungen ist.

Durch eine geeignete Schematisierung war es dem Verfasser möglich, eine Lösungsmethode zu finden, die für alle in Frage kommenden Bereiche der Variablen brauchbar ist. Variiert werden können dabei Druck, Temperatur und sämtliche in Frage kommenden

Materialeigenschaften des wärmetransportierenden Mediums sowie die Dimensionen des wärmeabgebenden Körpers. Vorausgesetzt ist in den erwähnten Arbeiten, daß die äußere Begrenzung der Flüssigkeit oder des Gases so weit entfernt ist, daß sie die auftretenden Strömungen nicht beeinflußt. Meßergebnisse zeigen, daß in diesem Falle der „freien Strömung“ die wirklichen Vorgänge sehr gut durch die eingeführte Schematisierung dargestellt werden. Dies Ergebnis war der Anlaß zu dem Versuch, das bewährte Schema auch auf den Fall des „nicht freien“ Wärmeübergangs anzuwenden. Der Versuch führte zum Erfolg, und in der vorliegenden Arbeit wird auf diese Art der Wärmeübergang zwischen horizontal und vertikal angeordneten konzentrischen Zylindern berechnet. Die Lö-

ang des Problems war für die Verfasser gelegentlich anderer Untersuchungen wichtig, dürfte aber auch allgemeines Interesse finden.

Der Verständlichkeit halber müssen zunächst die Ergebnisse der oben erwähnten Arbeit kurz zusammengefaßt werden. Ein heißer Körper in einem kälteren flüssigen oder gasförmigen Medium gibt durch Wärmeleitung und Konvektionsströmung des umgebenden Mediums Wärme nach außen ab. Wesentlicher Punkt der Schematisierung dieses Vorganges ist die Vorstellung, daß die Wärmeabgabe von der heißen Wand in einer angrenzenden Schicht nur durch Wärmeleitung vor sich geht. Die so dem heißen Körper entzogene Wärme wird zum Teil von der Strömung weggeführt, zum anderen Teil wird sie durch Wärmeleitung nach außen weitertransportiert¹. Die auftretenden Größen werden durch die folgenden Buchstaben bezeichnet: Q ist die je Zeiteinheit von der erhitzten Oberfläche F abgegebene Wärmemenge, λ das Wärmeleitvermögen, η die innere Reibung, c_p die spez. Wärme, δ der Ausdehnungskoeffizient, ε die Dichte des wärmetransportierenden Mediums, g ist die Fallbeschleunigung, l ist eine den auf die Temperatur T_r erhitzten Körper charakterisierende Länge, z. B. beim horizontalen Zylinder sein Durchmesser $2r$. Der Abstand von der heißen Oberfläche, bis zu dem die Wärme durch reine Leitung transportiert wird, ist $s-r$, die Entfernung von der heißen Oberfläche, in der die Temperatur die Außentemperatur T_0 erreicht hat, ist $q-r$, die Übertemperatur des Körpers ist $\Theta = T_r - T_0$. Es wurde zunächst die Wärmeabgabe eines horizontalen Zylinders (Radius r) bei „freier Strömung“ behandelt. Dabei soll also — wie erwähnt — die äußere Begrenzung des wärmeleitenden Mediums (durch R charakterisiert) so weit von der heißen Oberfläche entfernt sein, daß die auftretenden Strömungen durch die äußere Wand nicht behindert oder beeinflusst werden. Es soll also $R \gg r$ oder $R/r \gg 1$ sein.

Nach Einführung der dimensionslosen Kennzahlen

$$\text{Nusselt } Nu = \frac{Q \cdot l}{\lambda \cdot F \cdot \Theta}, \quad (1a)$$

$$\text{Grashof } Gr = \frac{l^3 \cdot \varepsilon^2 \cdot g \cdot \delta \cdot \Theta}{\eta^2}, \quad (1b)$$

$$\text{Prandtl } Pr = \frac{c_p \cdot \eta}{\lambda} \quad (1c)$$

muß sich die Lösung des Problems nach den bekannten grundlegenden Arbeiten NUSSELTs [3] in der Form

$$Nu = f(Gr \cdot Pr) \quad (2)$$

schreiben lassen, wobei f eine zunächst unbekannte Funktion ist. Mit Hilfe der angegebenen Schematisierung gelingt es f zu bestimmen und man bekommt:

$$Nu = \frac{2}{\ln \frac{s}{r}} \left[1 - \frac{\Theta_s}{\Theta} \right], \quad (3)$$

wobei

$$\frac{\Theta_s}{\Theta} = \frac{0,033}{(Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}} \cdot \ln \frac{s}{r}} \times \left[\sqrt{1 + \frac{(Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}} \cdot \ln \frac{s}{r}}{0,033}} - 1 \right] \quad (4)$$

und

$$\frac{s}{r} = 1 + 4,5 (Gr \cdot Pr)^{-\frac{1}{4}} \quad (5)$$

ist. Diese Gleichungen ergeben bei Benutzung von (1a, b, c) die gesuchte Wärmemenge Q als Funktion der übrigen Variablen und stehen für alle in Frage kommenden Werte der Variablen sowohl in Flüssigkeiten als auch in Gasen in bester Übereinstimmung mit allen vorliegenden Messungen. Ihre Gültigkeit erstreckt sich über 12 Zehnerpotenzen der Variablen $Gr \cdot Pr$ (Abb. 5 in [1] und Abb. 118 in GRÖBER-ERK [6]).

Analog wurde der Fall des senkrechten Zylinders behandelt [2]. Dieser ist aber nicht nur durch eine Längengröße l zu charakterisieren, sondern seine Wärmeabgabe wird außerdem durch das Verhältnis Zylinderhöhe H zu Zylinderradius r bestimmt.

An Stelle von (2) tritt jetzt:²

$$Nu = f(Gr \cdot Pr, H/r). \quad (2a)$$

Die Form der Funktion f folgt dann aus analogen Überlegungen zu:

$$Nu = \frac{H}{r} \cdot \frac{1}{\ln \frac{s}{r}} \left[1 - \frac{\Theta_s}{\Theta} \right], \quad (6)$$

wobei

$$\frac{\Theta_s}{\Theta} = \frac{0,0512 \cdot H/r}{\left(1 + \frac{s}{r}\right) (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}} \ln \frac{s}{r}} \times \left[\sqrt{1 + \frac{\left(1 + \frac{s}{r}\right) (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}} \ln \frac{s}{r}}{0,0512 \cdot H/r}} - 1 \right] \quad (7)$$

und

$$\frac{s}{r} = 1 + \frac{H}{r} \cdot 1,67 \cdot (Gr \cdot Pr)^{-\frac{1}{4}}. \quad (8)$$

In der früheren Arbeit [1] wird auch noch der Fall der senkrechten Platte behandelt, der hier aber nicht interessiert, da zwischen ihm und den konzentrischen Zylindern kein unmittelbarer Zusammenhang besteht.

Alles bisher Dargestellte galt für freie Strömung, d. h. für den Fall, daß bei (zunächst horizontalen) konzentrischen Zylindern³ $R \gg r$ oder $R/r \gg 1$ ist. Erweitert man die Betrachtungen nun auf den Fall, daß die Beschränkung $R/r \gg 1$ aufgehoben ist, so daß R und r auch von gleicher Größenordnung sein können, so muß man zunächst für zwei Grenzfälle folgendes verlangen:

1. Für sehr große Werte von R oder $R/r \gg 1$ müssen sich natürlich die Gln. (3) bis (5) der freien Strömung ergeben.

2. Für $R=s$ oder $R-r=s-r$ muß man die Gleichung für die reine Wärmeleitung zwischen den beiden Zylindern

$$Nu = \frac{2}{\ln \frac{R}{r}} \quad \text{oder} \quad Q = \frac{F \cdot \lambda \cdot \Theta}{r \cdot \ln \frac{R}{r}} \quad (9)$$

erhalten, denn $s-r$ war gerade die Breite jener an die heiße Wand grenzenden Schicht, in der die Wärme

² Gr ist jetzt mit $l=H$ als charakteristischer Länge gebildet, s. [2].

³ R der Innenradius des äußeren Zylinders und r der Außenradius des inneren heißen Zylinders.

¹ Vgl. Abb. 1 in Arbeit [1].

nur durch Leitung transportiert wird, und $R-r$ ist der Abstand der beiden Zylinder¹.

Beide Bedingungen werden am einfachsten dadurch erfüllt, daß man in Gl. (3) an dem Quotienten Θ_s/Θ einen Korrekturfaktor A anbringt, der von R/r abhängt und bewirkt, daß für $R=s$ der Ausdruck $A \cdot \frac{\Theta_s}{\Theta}$ verschwindet und daß für sehr große Werte von R $A=1$ wird. Der einfachste und sich bewährende Ansatz ist

$$A = 1 - s/R = 1 - \frac{s/r}{R/r}.$$

Damit tritt an Stelle von (3) für horizontale konzentrische Zylinder die Gleichung

$$Nu = \frac{2}{\ln \frac{s}{r}} \left[1 - \frac{\Theta_s}{\Theta} \left(1 - \frac{s}{r} \cdot \frac{r}{R} \right) \right] \quad (3a)$$

später gezeigt wird — mit allen vorliegenden Messungen in bestem Einklang steht. Man setzt

$$\frac{s}{r} = 1 + \frac{4,5}{(Gr \cdot Pr)^{1/4}} \left[1 + 0,75 \frac{F(Gr \cdot Pr)}{G(R/r)} \right], \quad (5a)$$

entwickelt die Funktionen F und G in Potenzreihen bestimmt aus sicheren Messungen die Koeffizienten und erhält

$$F(Gr \cdot Pr) = 1 + \frac{7}{(Gr \cdot Pr)^{1/4}} + \frac{14}{(Gr \cdot Pr)^{3/4}} + \left. \begin{aligned} &+ \frac{2 \cdot 10^{-3}}{(Gr \cdot Pr)^{5/4}} + \frac{2 \cdot 10^{-3}}{(Gr \cdot Pr)^{7/4}} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

$$G\left(\frac{R}{r}\right) = \frac{R}{r} + 7 \cdot 10^{-6} \left(\frac{R}{r}\right)^3. \quad (11)$$

Gl. (4) bleibt unverändert.

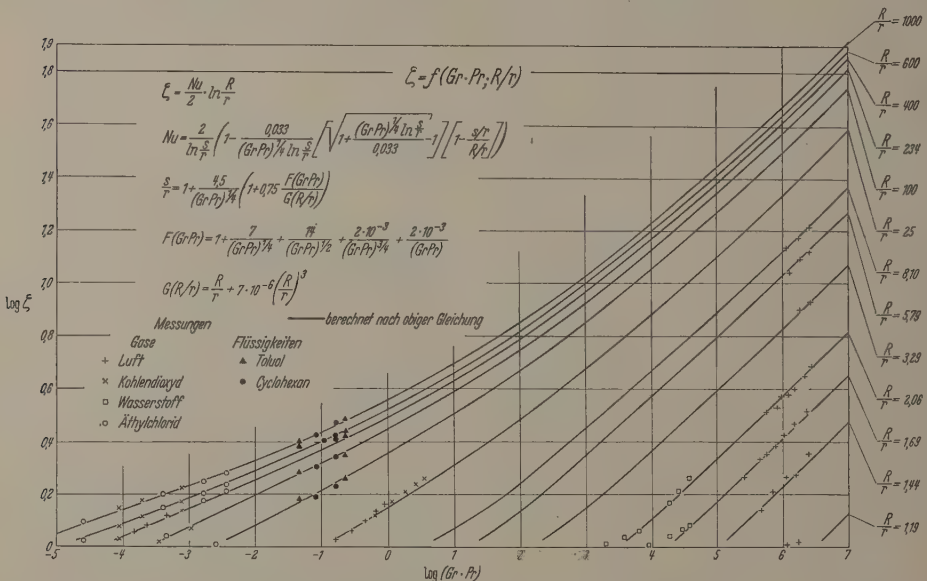


Abb. 1. Gemessene und berechnete Werte von ζ als Funktion von $(Gr \cdot Pr)$ für horizontale konzentrische Zylinder (Radienverhältnis R/r). Messungen für $Gr \cdot Pr > 10^4$ von BECKMANN [4], für $Gr \cdot Pr < 10^4$ von den Verfassern

die nun den Bedingungen 1 und 2 genügt, denn für sehr große Werte von R geht (3a) in (3) über und für $R=s$ erhält man (9).

Wenn die äußere Wand näher und näher an die innere heranrückt, d. h. wenn R nicht mehr groß gegen r ist, wird sich zweifellos auch die Strömung verändern, und die Lage des Strömungsmaximums wird sich verschieben. Dieses liegt¹ ungefähr bei $(s-r)/2$, ist jedenfalls durch die Größe s bestimmt. So muß man fragen, wie sich s oder s/r mit R/r verändert. Für $R/r \gg 1$ muß sich natürlich die für freie Strömung geltende Gl. (5) ergeben. Für $R/r \leq s/r$ ist gar keine Strömung mehr vorhanden, sondern der Wärmetransport erfolgt nur durch Leitung. In diesem Falle verliert die Größe s überhaupt ihren Sinn.

Es ist aussichtslos, auf theoretischem Wege einen Ausdruck für s/r zu finden (vgl. Abb. 3), der die Veränderung der Lage des Strömungsmaximums mit R/r zutreffend beschreibt. Es läßt sich dies aber durch eine empirische Darstellung erreichen, die — wie

So gelingt es, den Wärmeübergang zwischen horizontalen konzentrischen Zylindern durch die Gl. (3a) bei Benutzung von (4) und (5a) zu beschreiben.

Zur experimentellen Prüfung dieser Überlegungen ist es zweckmäßig, eine neue (wie Nu dimensionslose) Größe ζ einzuführen²

$$\zeta = \frac{Nu}{2} \ln \frac{R}{r}, \quad (12)$$

oder mit Benutzung von (3a)

$$\zeta = \frac{\ln \frac{R}{r}}{\ln \frac{s}{r}} \left[1 - \frac{\Theta_s}{\Theta} \left(1 - \frac{s}{r} \cdot \frac{r}{R} \right) \right]. \quad (12a)$$

Im Falle reiner Wärmeleitung ($s/r = R/r$) wird dann $\zeta = 1$. In Abb. 1 ist ζ als Funktion von $Gr \cdot Pr$ mit R/r als Parameter in logarithmischer Darstellung aufgetragen. Die ausgezogenen Kurven sind nach (3a)

² Die große Zahl der Glieder in F ist durch den großen Variationsbereich von $Gr \cdot Pr$ (12 Zehnerpotenzen) bedingt.

³ Vgl. BECKMANN [4].

¹ Vgl. Abb. 1 in Arbeit [1].

nd (5a) berechnet. Die eingetragenen Meßwerte von BECKMANN [4] und von den Verfassern sind nach (12) bestimmt und liegen mit großer Genauigkeit auf den berechneten Kurven. Die $Gr \cdot Pr$ -Werte ändern sich dabei um 12 Zehnerpotenzen und die Werte R/r in dem weiten Bereich von 1000 bis wenig

über 1. In Abb. 2 ist der linke Teil von Abb. 1 in vergrößertem Maßstab mit erheblich mehr eingetragenen Meßwerten wiedergegeben. Die Abweichungen liegen innerhalb der Genauigkeit der Einzelmessungen. Alle Kurven enden natürlich auf der Abszissenachse, d. h. bei $\log \zeta = 0$ oder $s/r = 1$ oder nach (12) $Nu = 2 \ln R/r$. Dies ist nach (9) die Gleichung für reine Wärmeleitung. Aus Abb. 1 bzw. Abb. 2 ist also für jeden praktisch in Frage kommenden Fall des Wärmeüberganges zwischen horizontalen konzentrischen Zylindern bei bekanntem $Gr \cdot Pr$ sofort zu entnehmen, wie groß die übertragene Wärmemenge Q [aus ζ folgt nach (12) Nu , aus Nu folgt nach (1a) Q] ist und inwieweit sie durch Wärmeleitung oder durch Konvektionsströmung transportiert wird. Interessant ist es festzustellen, wie sich das Maximum der Strömung, welches ungefähr bei $(s-r)/2$ liegt, mit der Änderung von R/r verschiebt. In Abb. 3 ist die Änderung von s/r mit R/r nach Gl. (5a) in logarithmischer Darstellung aufgezeichnet. Parameter ist $Gr \cdot Pr$, eine Größe, die nach (1b, c) sowohl die geometrischen Größen als auch die Eigenschaften des wärmeübertragenden Mediums enthält. Alle Kurven enden auf der 45°-Geraden $s/r = R/r$, die der reinen Wärmeleitung — also dem Verschwinden der Strömung — entspricht. Mit wachsendem R/r werden die Kurven horizontal, d. h. die freie Strömung ist erreicht, und die Lage ihres Maximums verschiebt sich bei weiter wachsendem R nicht mehr.

Damit ist das Problem der horizontalen konzentrischen Zylinder behandelt.

Im Falle senkrecht stehender Zylinder wird die Berechnung dadurch etwas komplizierter, daß Nu jetzt nach (2a) auch noch vom Verhältnis der Höhe zum Radius (H/r) des (inneren) Zylinders abhängt. [Vgl. die Gln. (6), (7), (8)].

Wie im Falle der horizontalen Zylinder wird aus denselben Gründen wie dort der Quotient Θ_s/Θ mit der gleichen einfachen Korrekturgröße $A = 1 - s/R$ versehen, so daß aus (6) folgt

$$Nu = \frac{H}{r} \frac{1}{\ln \frac{s}{r}} \left[1 - \frac{\Theta_s}{\Theta} \left(1 - \frac{s}{r} \frac{r}{R} \right) \right]. \quad (6a)$$

Gl. (7) bleibt unverändert. Der Wert von s/r [Gl. (8)] wird wiederum von R/r abhängen. Die Korrekturfunktion F [s. (5a)] wird hier aber zusätzlich noch von

H/r abhängig sein. Für nicht zu große $Gr \cdot Pr$ -Werte (etwa bis 10^7) hat sich bei $H/r = 4000$ folgende empirische Darstellung bewährt:

$$\frac{s}{r} = 1 + \frac{H}{r} \frac{1,67}{(Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}}} \left[1 + 0,015 \frac{F' \left(\frac{H}{r}, Gr \cdot Pr \right)}{G(R/r)} \right], \quad (8a)$$

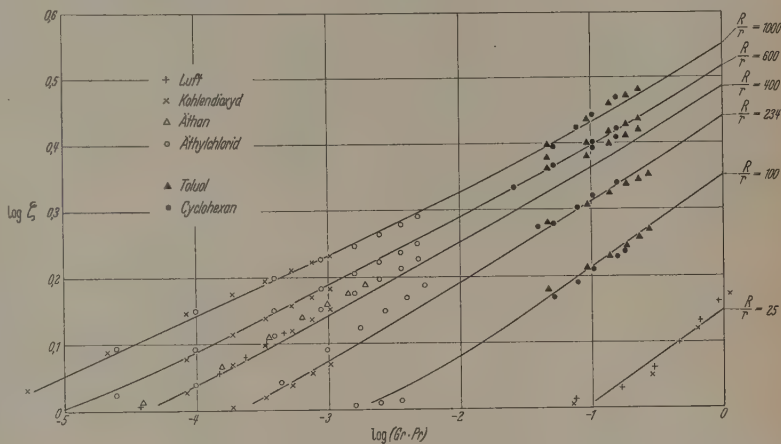


Abb. 2. $\zeta = f(Gr \cdot Pr)$ für kleine $Gr \cdot Pr$ -Werte (horizontale Zylinder) mit weiteren Meßwerten der Verfasser

wobei

$$F' \left(\frac{H}{r}, Gr \cdot Pr \right) = 1 + \frac{3}{\alpha} + \frac{2}{\alpha^2} + \frac{4 \cdot 10^{-5}}{\alpha^3} + \frac{4 \cdot 10^{-5}}{\alpha^4}; \quad \alpha = \frac{r}{H} (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}} \quad (13)$$

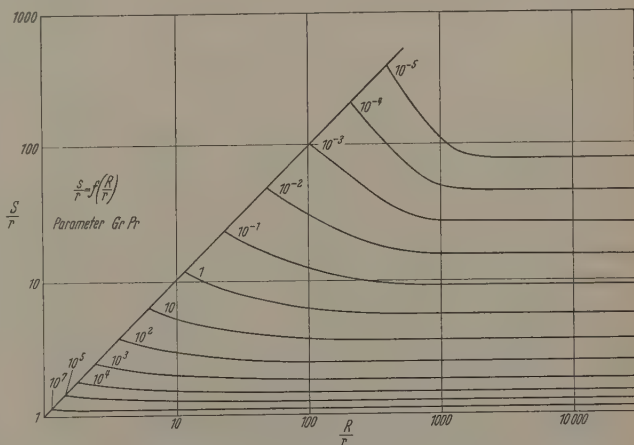


Abb. 3. s/r [nach Gl. (5a) berechnet] als Funktion von R/r bei verschiedenem $(Gr \cdot Pr)$ für horizontale konzentrische Zylinder. Lage des Strömungsmaximums bei etwa $(s-r)/2$

und

$$G \left(\frac{R}{r} \right) = \frac{R}{r} + 7 \cdot 10^{-6} \left(\frac{R}{r} \right)^3 \quad (14)$$

ist. Die Funktion G ist die gleiche wie bei den horizontalen Zylindern. Es liegen zu wenig Messungen an senkrechten Zylindern vor, um prüfen zu können, ob sich die angegebene Formel für alle Werte von H/r und R/r bewährt.

Zur experimentellen Prüfung setzt man hier zweckmäßig

$$\zeta = \frac{Nu}{H/r} \ln \frac{R}{r}, \quad (15)$$

oder mit Benutzung von (6a) wieder

$$\zeta = \frac{\ln \frac{R}{r}}{\ln s} \left[1 - \frac{\Theta_s}{\Theta} \left(1 - \frac{s}{r} \frac{\tau}{R} \right) \right]. \quad (12a)$$

Im Falle reiner Wärmeleitung wird dann wieder $\zeta = 1$. In Abb. 4 ist für $H/r = 4000$ und für $H/r = 375$ wiederum in logarithmischer Darstellung ζ als Funktion von $Gr \cdot Pr$ für einige Werte von R/r aufgetragen. Eine Reihe von Meßwerten der Verfasser sind eingezeichnet, die — wie oben erwähnt — bis $Gr \cdot Pr = 10^7$ gut auf den berechneten Kurven liegen. Bei größeren Werten von $Gr \cdot Pr$ treten deutliche Abweichungen auf. Dasselbe zeigt sich bei Messungen von BECKMANN [5], die ebenfalls bei sehr hohen Werten von $Gr \cdot Pr$ aus-

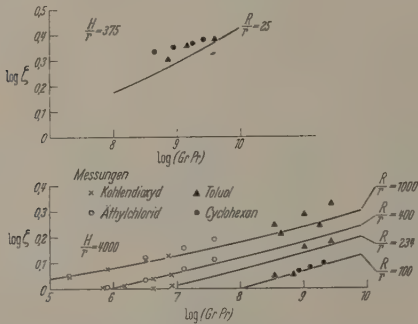


Abb. 4. Gemessene und berechnete Werte von ζ als Funktion von $(Gr \cdot Pr)$ für vertikale konzentrische Zylinder. Ausgezogene Kurven nach (6a) (8a), (13), (14) berechnet. Meßwerte der Verfasser

geführt sind. Die Größenordnung der transportierten Wärmemengen wird aber auch bei so extrem hohen $Gr \cdot Pr$ -Werten noch richtig wiedergegeben.

Die Verhältnisse liegen bei senkrechten Zylindern rein experimentell in mehrerer Hinsicht schwieriger als im horizontalen Falle. So ist es z. B. kaum möglich, die ganze Länge des heißen Zylinders auf gleiche Temperatur zu bringen (was bei der vorgenommenen Schematisierung vorausgesetzt ist). Auch können Wärmestauungen und Wirbelbildungen auftreten, durch die der Wärmeübergang wesentlich beeinflusst wird. Derartige Unregelmäßigkeiten und Störungen treten bei horizontaler Lage der Zylinder nicht oder nur in ganz geringem Maße auf, während sie sich bei der senkrechten Lage um so mehr bemerkbar machen, je enger die Zylinder aneinander liegen und je länger sie sind. Aber auch in diesem Falle kann man durch Benutzung der vorstehenden Überlegungen noch das

Verhältnis der durch die Strömung transportierte Wärmemenge zu der durch Leitung abgeführten entnehmen und sehen, wann (bei $\zeta = 1$) die letztere der Gesamttransport übernimmt.

Zusammenfassung

Im Anschluß an frühere Arbeiten über die Wärmeabgabe von Körpern verschiedener Form in Flüssigkeiten und Gasen wird die Frage des Wärmeübergangs zwischen konzentrischen (horizontalen und vertikalen) Zylindern bei natürlicher Konvektion behandelt. Mit Benutzung der früher entwickelten und bewährten Berechnungsmethode gelingt es nach Einführung dimensionslosen Kennzahlen Nu , Gr , Pr Formeln zu erhalten, aus denen man für jeden praktisch in Frage kommenden Fall des Wärmeübergangs zwischen konzentrischen Zylindern die übertragene Wärmemenge bestimmen und gleichzeitig angeben kann, inwieweit sie durch Wärmeleitung oder durch Konvektionsströmung transportiert wird. Weitgehend sind diese Angaben bereits aus der graphischen Darstellung (Abb. 1) zu entnehmen. Abb. 3 zeigt außerdem, wie sich das Maximum der Konvektionsströmung mit der Änderung der Radien der konzentrischen Zylinder verschiebt.

Für horizontale Zylinder sind die Berechnungen durch viele Messungen in Flüssigkeiten und Gasen mit beträchtlicher Genauigkeit bestätigt (Abb. 1 und 2). Im Falle vertikaler Zylinder liegen zu wenige Messungen vor, um sagen zu können, ob die Formeln für alle denkbaren Fälle ebenso exakte Werte ergeben, wie bei horizontal liegenden Zylindern. Die Größenordnung des Wärmestroms wird aber auch hier sicher richtig angegeben.

Vorstehende Untersuchungen wurden in den Chemischen Werken Hüls durchgeführt. Der Werkseitung, vor allem Herrn Professor Dr. Dr. BAUMANN danken wir für ihre großzügige Unterstützung. Unser besonderer Dank gilt auch der Deutschen Forschungsgemeinschaft, die die Arbeit durch Sachbeihilfen ganz wesentlich förderte.

Literatur: [1] SENFTLEBEN, H.: Z. angew. Phys. **3**, 361 (1951). Hier ist weitere Literatur angegeben. — [2] SENFTLEBEN, H.: Z. angew. Phys. **5**, 267 (1953). — [3] NUSSELT, W.: Gesundh.-Ing. **38**, 477 (1915). — [4] BECKMANN, W.: Forsch. Ing.-Wes. **2**, 165 (1931). — [5] BECKMANN, W.: Forsch. Ing.-Wes. **2**, 217 (1931). — [6] GRÖBER-ERK: Die Grundgesetze der Wärmeübertragung, 3. Aufl. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1955.

Professor Dr. phil. HERMANN SENFTLEBEN
und Dipl.-Phys. PETER SCHNABEL,
Chemische Werke Hüls, Marl (Krs. Recklinghausen)

Über den Thomson-Joule-Effekt von Gasen und Gasmischen. II

Von W. KOEPPE*

Mit 10 Textabbildungen

(Eingegangen am 27. Juli 1959)

Einleitung

Der Thomson-Joule-Effekt besteht bekanntlich in der Temperaturänderung eines Gases beim Strömen durch eine Drosselstelle. Obwohl über diesen Effekt

erstmalig schon vor etwa 100 Jahren berichtet wurde (W. THOMSON, J.P. JOULE [1]), existiert bis heute keine allgemeine und geschlossene Theorie, die es erlaubt, den Thomson-Joule-Effekt eines Gases oder Gasmisches aus einigen, für das Gas charakteristischen Parametern zu berechnen und den ziemlich

* Auszug aus der Dissertation des Verfassers.

großen Aufwand an Zeit und an Meßapparaturen zu sparen, den die Messung dieses Effektes erfordert.

In der vorliegenden Arbeit wird eine allgemeine Theorie des Thomson-Joule-Effektes für Gase und Gasgemische entwickelt und, soweit im Rahmen der bisher vorliegenden Meßergebnisse möglich, mit diesen Messungen verglichen. (Einen Überblick über die bisher durchgeführten Messungen findet man bei H. HAUSEN [2] und W. KOEPE [3], neuere Ergebnisse über den Thomson-Joule-Effekt von Gasgemischen bei W. KOEPE [4].) Weiterhin werden die momentanen Grenzen aufgezeigt, innerhalb deren die vorgelegte Theorie bestätigt werden kann.

Allgemeine Theorie

Bei der Drosselung eines Gases (und auch einer Flüssigkeit) bleibt die Enthalpie konstant, d. h. $I = U + pV = \text{const}$ und $dI = 0$. (I ist die Enthalpie, U die innere Energie, p der Druck und V das Molvolumen.)

Durch einfache thermodynamische Rechnung erhält man hieraus für den differentiellen Thomson-Joule-Effekt μ (häufig auch als Thomson-Joule-Koeffizient bezeichnet):

$$\mu = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_I = \frac{T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p - V}{c_p} = \mu(p, T). \quad (1)$$

Hier ist c_p die spezifische Wärme bei konstantem Druck und T die absolute Temperatur.

Da mit der Drosselung immer eine Abnahme des Druckes verbunden ist ($\partial p < 0$) wird μ positiv, falls bei der Drosselung eine Temperatursenkung auftritt, dagegen negativ, falls sich das Gas bei der Drosselung erwärmt. Für gewisse Wertepaare von T und p ist $\mu = 0$. Durch $\mu = 0$ ist die Inversionskurve des differentiellen Thomson-Joule-Effektes, kurz als Inversionskurve bezeichnet, definiert. Spezielle Betrachtungen zur Inversionskurve findet man bei M. JAKOB [5], W. MEISSNER [6] und W. KOEPE [7], besonders, was den Verlauf der Inversionskurve bei tiefen Temperaturen und geringen Drücken anbetrifft.

Ist mit der Drosselung ein größerer Druckabfall verbunden, z. B. 50 oder 200 Atm., so spricht man vom integralen Thomson-Joule-Effekt ΔT . Formalschreibt man:

$$\Delta T = \int_{p_1}^{p_2} \mu \cdot dp. \quad (2)$$

Da aber μ eine Funktion von T und p ist, kann man diese Integration nur dann durchführen, falls sich die Variablen separieren lassen, d. h., falls $\mu(p, T) = f(p) \cdot g(T)$ ist. Im allgemeinen ist jedoch μ eine so komplizierte Funktion von T und p , daß diese Methode zur Berechnung von ΔT nicht angewandt werden kann. Betrachtet man jedoch das $I-T$ -Diagramm (vgl. R. PLANK [8]), so ergibt sich eine sehr einfache Möglichkeit, den integralen Thomson-Joule-Effekt ΔT zu berechnen. Im $I-T$ -Diagramm ist die Enthalpie I als Funktion der Temperatur T aufgetragen, wobei im allgemeinen Linien konstanten Druckes eingezeichnet sind, wie in Abb. 1 schematisch gezeigt. Aus Abb. 1 entnimmt man leicht die folgende Beziehung:

$$c_{p_0} = \frac{\Delta I}{\Delta T} \quad \text{bzw.} \quad \Delta T = \frac{\Delta I}{c_{p_0}}. \quad (3)$$

Hier ist c_{p_0} die spezifische Wärme beim Druck Null und ΔI ist gegeben durch:

$$\Delta I = I(p_0 = 0) - I(p_1) = \int_{p_1}^{p_0} \left(\frac{\partial I}{\partial p} \right)_T dp = \int_{p_0}^{p_1} \left\{ T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p - V \right\} dp. \quad (4)$$

ΔI läßt sich immer exakt berechnen, da hierzu keine Trennung der Variablen notwendig ist. c_{p_0} ist im allgemeinen sehr genau (aus spektroskopischen Daten) bekannt. Gl. (3) gilt streng nur, falls c_{p_0} konstant ist, z. B. für die Edelgase. Variiert c_{p_0} mit der Temperatur, so läßt sich jedoch immer ein geeigneter Mittelwert von c_{p_0} finden, für den Gl. (3) exakt erfüllt ist.

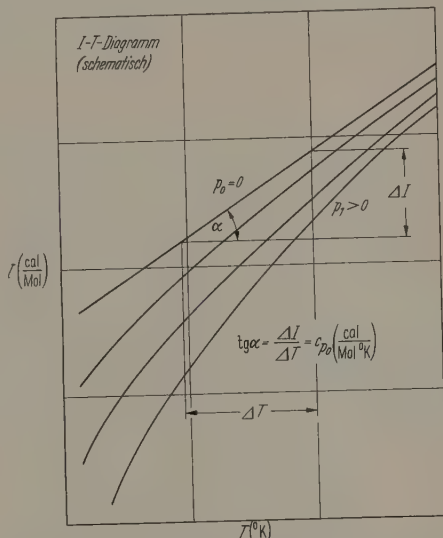


Abb. 1. Berechnung des integralen Thomson-Joule-Effektes mit Hilfe des $I-T$ -Diagramms

Zur numerischen Berechnung von ΔT muß man Gl. (4) auswerten, was am besten über die Zustandsgleichung geschieht. Die Zustandsgleichung gibt den Zusammenhang zwischen dem Druck p , dem Molvolumen V und der Temperatur T und wird experimentell im allgemeinen durch die Messung der Isothermen ermittelt. Die Ergebnisse der Isothermenmessungen werden meist in einer der folgenden Formen dargestellt:

$$pV = RT(1 + B/V + C/V^2 + D/V^3 + \dots) \quad (5)$$

oder:

$$pV = RT + B' \cdot p + C' \cdot p^2 + D' \cdot p^3 + \dots \quad (6)$$

Hier sind B, C, \dots bzw. B', C', \dots die sog. Virialkoeffizienten, die reine Temperaturfunktionen sind.

Im strengen Sinn sind die beiden angegebenen Reihenentwicklungen unendliche Reihen in V^{-1} bzw. in p , die innerhalb eines gewissen Bereichs von V bzw. p absolut konvergieren. Da man aber bei jeder Isotherme nur eine endliche Zahl von Punkten messen kann, müssen die angegebenen Reihenentwicklungen nach einer endlichen Zahl von Gliedern abgebrochen werden, wobei diese Zahl so gewählt wird, daß die Abweichungen $\delta p V = p V_{\text{gem}} - p V_{\text{ber}}$ für möglichst

alle Meßpunkte den geschätzten Meßfehler nicht überschreiten. Die Virialkoeffizienten werden dabei nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate bestimmt.

Es ist klar, daß die auf diese Weise ermittelten Virialkoeffizienten mit gewissen Unsicherheiten behaftet sind, die bei den höheren Virialkoeffizienten stark zunehmen. Diese Unsicherheiten werden noch größer, wenn man die Ableitungen nach der Temperatur bildet, z.B. dB/dT , dC/dT , ... Zwischen den Virialkoeffizienten der beiden Formen der Zustandsgleichung [Gl. (5) und (6)] bestehen gewisse Beziehungen, von denen nachfolgend einige angegeben sind (vgl. W. KOEPPE und C. SEYFERTH [9]):

$$B' = B, \quad (7a)$$

$$C' = \frac{1}{RT} \cdot (C - B^2), \quad (7b)$$

$$D' = \frac{1}{(RT)^2} \cdot (D - 3BC + 2B^3), \quad (7c)$$

$$E' = \frac{1}{(RT)^3} \cdot (E - 4BD - 2C^2 + 10B^2C - 5B^4), \quad (7d)$$

$$F' = \frac{1}{(RT)^4} \cdot (F - 5BE - 5CD + \dots \dots + 15B^2D + 15BC^2 - 35B^3C + 14B^5), \quad (7e)$$

$$G' = \frac{1}{(RT)^5} \times \left\{ \begin{aligned} & (G - 6BF - 6CE - 3D^2 + 21B^2E + 42BCD + \dots) \\ & \times (\dots + 7C^3 - 56B^3D - 84B^2C^2 + 126B^4C - 42B^6) \end{aligned} \right\} \quad (7f)$$

Kombiniert man nun Gl. (3), (4) und (6), so folgt für den integralen Thomson-Joule-Effekt ΔT :

$$\Delta T = \frac{1}{c_{p_0}} \cdot \left\{ p \left(T \frac{dB'}{dT} - B' \right) + \frac{p^2}{2} \left(T \frac{dC'}{dT} - C' \right) + \dots \right\}. \quad (8)$$

Wird nicht auf $p=0$ gedrosselt, sondern auf $p=p_2 > 0$, so tritt in Gl. (3) c_{p_2} an die Stelle von c_{p_0} und Gl. (8) schreibt sich:

$$\Delta T = \frac{1}{c_{p_2}} \cdot \left\{ (p_1 - p_2) \left(T \frac{dB'}{dT} - B' \right) + \frac{p_1^2 - p_2^2}{2} \left(T \frac{dC'}{dT} - C' \right) + \dots \right\}. \quad (9)$$

Da im allgemeinen c_{p_2} nicht so genau bekannt ist wie c_{p_0} , sind die nach Gl. (9) ermittelten Werte von ΔT nicht so genau wie die nach Gl. (8) berechneten ΔT -Werte.

Für geringe Drücke p_1 kann man häufig die höheren Glieder in Gl. (8) [bzw. Gl. (9)] vernachlässigen

und erhält dann mit $\frac{T \frac{dB'}{dT} - B'}{c_{p_0}} = \mu_0$:

$$\Delta T = \mu_0 \cdot p \quad \text{bzw.} \quad \Delta T = \mu_0 \cdot (p_1 - p_2). \quad (10)$$

An dieser Stelle soll vermerkt werden, daß in der Zustandsgleichung [Gl. (5) oder (6)] schon der zweite Virialkoeffizient als Korrektur (nämlich an der Zustandsgleichung des idealen Gases, $pV=RT$) auftritt, während in der Formel für den integralen Thomson-Joule-Effekt, Gl. (8), der zweite Virialkoeffizient (in Verbindung mit seiner ersten Ableitung nach der Temperatur) eine dominierende Rolle spielt.

Mißt man also den integralen Thomson-Joule-Effekt ΔT hinreichend genau, so kann man den zweiten Virialkoeffizienten B genauer ermitteln als aus Isothermenmessungen.

Die Gl. (8) für den integralen Thomson-Joule-Effekt ΔT gilt nun auch für Gasgemische, falls man die Virialkoeffizienten in geeigneter Weise modifiziert. Nach der statistischen Gastheorie gelten für die Virialkoeffizienten der Zustandsgleichung (5) im Falle von Gasgemischen folgende Formeln (s. J. O. HIRSCHFELDER, C. F. CURTISS, R. B. BIRD [10]):

$$\left. \begin{aligned} B_M(T) &= \sum_{a=1}^n \sum_{b=1}^n x_a \cdot x_b \cdot B_{ab}(T) \\ C_M(T) &= \sum_{a=1}^n \sum_{b=1}^n \sum_{c=1}^n x_a \cdot x_b \cdot x_c \cdot C_{abc}(T) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Hierin ist x_a der Molanteil der Gassorte a im Gemisch. Für binäre Gemische gilt speziell ($x_1 + x_2 = 1$):

$$\left. \begin{aligned} B_M(T) &= x_1^2 \cdot B_{11}(T) + 2x_1x_2 \cdot B_{12}(T) + x_2^2 \cdot B_{22}(T) \\ C_M(T) &= x_1^3 \cdot C_{111}(T) + 3x_1^2x_2 \cdot C_{112}(T) + 3x_1x_2^2 \cdot C_{122}(T) + x_2^3 \cdot C_{222}(T) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

B_{11} und B_{22} entsprechen der Wechselwirkung zwischen zwei Molekülen der Sorte 1 bzw. 2, B_{12} hängt mit der Wechselwirkung zwischen einem Molekül der Sorte 1 und einem Molekül der Sorte 2 zusammen. Analoges gilt für den dritten Virialkoeffizienten C . Für die höheren Virialkoeffizienten erhält man ähnlich aufgebaute Kombinationsgleichungen.

Da nun der integrale Thomson-Joule-Effekt ΔT aus der Zustandsgleichung (6) abgeleitet wurde, muß man bei der Darstellung des integralen Thomson-Joule-Effektes ΔT_M von Gasgemischen noch die Gln. (7a–f) beachten, die den Zusammenhang zwischen den Virialkoeffizienten der einander äquivalenten Zustandsgleichungen (5) und (6) angeben.

Damit folgt für den integralen Thomson-Joule-Effekt von Gasgemischen ΔT_M ein relativ komplizierter Ausdruck:

$$\Delta T_M = \frac{1}{c_{p_M}} \cdot \left\{ p \left(T \frac{dB'_M}{dT} - B'_M \right) + \frac{p^2}{2} \left(T \frac{dC'_M}{dT} - C'_M \right) + \dots \right\}. \quad (13)$$

Hierin ist:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{a=1}^n x_a &= 1; \quad c_{p_M} = \sum_{a=1}^n x_a \cdot c_{p_{aM}} \\ B'_M(T) &= \sum_{a=1}^n \sum_{b=1}^n x_a \cdot x_b \cdot B_{ab}(T) \\ C'_M(T) &= \frac{1}{RT} \cdot \left\{ \sum_{a=1}^n \sum_{b=1}^n \sum_{c=1}^n x_a \cdot x_b \cdot x_c \cdot C_{abc}(T) - \left(\sum_{a=1}^n \sum_{b=1}^n x_a \cdot x_b \cdot B_{ab}(T) \right)^2 \right\} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Diese Formel für den integralen Thomson-Joule-Effekt ΔT_M von Gasgemischen ergibt sich aus allgemeinen thermodynamischen und statistischen Betrachtungen und besitzt allgemeine Gültigkeit. Zur numerischen Auswertung benötigt man selbstverständlich genaue Werte der Virialkoeffizienten und

hrer Ableitungen nach der Temperatur. Die detaillierte Betrachtung der entsprechenden Zusammenhänge ist Gegenstand des nächsten Abschnittes.

Spezielle Theorie

Mit Hilfe der Molekulartheorie ist es möglich, die Virialkoeffizienten zu berechnen, sofern das intermolekulare Potential bekannt ist (s. [10]). Unter der Annahme, daß die zwischen den Molekülen wirkenden Kräfte nur vom Abstand zweier Moleküle abhängen, erhält man für den zweiten Virialkoeffizienten den folgenden Ausdruck:

$$B = -2 \cdot \pi \cdot N \cdot \int_0^{\infty} \left(e^{-\frac{\varphi(r)}{kT}} - 1 \right) \cdot r^2 \cdot dr. \quad (15)$$

Darin ist N die Loschmidt-Zahl, k die Boltzmann-Konstante, r der gegenseitige Abstand zweier Moleküle und $\varphi(r)$ die Potentialfunktion. Für den dritten und die höheren Virialkoeffizienten ergeben sich wesentlich kompliziertere Ausdrücke. Die weitaus meisten Berechnungen wurden bisher für das Lennard-Jones-Potential (nachfolgend mit L-J-6,12 bezeichnet) durchgeführt, weswegen dieses Potential auch im Rahmen der vorliegenden Arbeit benutzt wurde. L-J-6,12 hat folgende Form:

$$\varphi(r) = 4\varepsilon \cdot \left\{ \left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right\}. \quad (16)$$

Hierin ist σ der Moleküldurchmesser und ε eine charakteristische Energie. σ und ε sind individuelle Konstanten. L-J-6,12 besteht also aus zwei Termen, von denen der erste Term die Abstoßungskräfte zwischen den Molekülen berücksichtigt, der zweite die Anziehungskräfte. Obwohl dieses Potential nur eine Näherung ist, also die intermolekularen Kräfte nicht exakt wiedergibt, erlaubt es doch, den zweiten Virialkoeffizienten B in einem relativ großen Temperaturbereich mit guter Genauigkeit zu berechnen. Allerdings versagt L-J-6,12 bei tiefen Temperaturen für die sog. leichten Gase (Helium, Neon und Wasserstoff), da sich hier die Quantennatur dieser Gase bemerkbar macht.

Setzt man nun $r^* = r/\sigma$ und $\varphi^* = \varphi/\varepsilon$, so erhält man aus Gl. (16):

$$\varphi^* = 4 \cdot \left\{ \left(\frac{1}{r^*} \right)^{12} - \left(\frac{1}{r^*} \right)^6 \right\}. \quad (17)$$

Hier hängt das reduzierte Potential φ^* nicht mehr von den individuellen Konstanten des Gases ab. Das gilt auch für den zweiten (und die höheren) Virialkoeffizienten, den man aus Gl. (15) und Gl. (17) in reduzierter Form erhält. (Wegen des Näherungscharakters von L-J-6,12 ist es allerdings fraglich, ob die Berechnung der höheren Virialkoeffizienten noch sinnvoll ist, da diese gegenüber der Form des intermolekularen Potentials wesentlich empfindlicher sind als B (s. [10]).

Für alle Gase, deren intermolekulares Potential sich in der Form der Gl. (17) darstellen läßt, ergeben sich also gleiche reduzierte Virialkoeffizienten und damit gleiche reduzierte Zustandsgleichungen. Dies ist aber gerade die Aussage, die auch das Theorem der korrespondierenden Zustände liefert. (Es sei vermerkt, daß die hier gegebene Formulierung etwas strenger ist als die ursprüngliche Formulierung des Theorems, die bekanntlich auf VAN DER WAALS zurückgeht.)

Die Auswertung von Gl. (15) mit Hilfe von Gl. (16) bzw. (17) liefert folgendes Ergebnis für den zweiten Virialkoeffizienten B :

$$\left. \begin{aligned} B(T) &= b_0 \cdot B^+(T^*), \\ B^+(T^*) &= \sum_{j=0}^{\infty} b_{0j}^{(j)} \cdot T^{*-\frac{3+6j}{12}}, \\ b_{0j}^{(j)} &= -\frac{2^{j+\frac{1}{2}}}{4j!} \cdot \Gamma\left(\frac{2j-1}{4}\right). \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Hierin ist Γ die bekannte Gammafunktion, $T^* = kT/\varepsilon$ und $b_0 = 2\pi N \sigma^3/3$. Für den Thomson-Joule-Koeffizienten beim Druck Null in reduzierter Form ergibt sich:

$$\mu_0^* = \frac{\mu_0 \cdot c_{p0}}{b_0} = T^* \cdot \frac{dB^+}{dT^*} - B^+. \quad (19)$$

Für den dritten Virialkoeffizienten C erhält man analog:

$$C(T) = b_0^2 \cdot C^+(T^*). \quad (20)$$

Die Werte von $B^+(T^*)$, μ_0^* , $C^+(T^*)$, $T^* \frac{dC^+}{dT^*}$ und $T^{*2} \cdot \frac{d^2C^+}{dT^{*2}}$ sind in (10) für einen großen Bereich der reduzierten Temperatur T^* in Tabellenform angegeben.

Die Reduktionsparameter, b_0 und ε/k , werden im allgemeinen aus Meßwerten des zweiten Virialkoeffizienten B ermittelt und sind dadurch natürlich mit gewissen Unsicherheiten behaftet. Es ist sicherer, b_0 und ε/k aus direkten Messungen des Thomson-Joule-Effektes zu bestimmen, was allerdings auf Schwierigkeiten stößt, da dieser Effekt nicht in so großem Umfang untersucht wurde wie die Isothermen von Gasen.

Für den zweiten Virialkoeffizienten B_M von binären Gasgemischen gilt Gl. (12):

$$B_M(T) = x_1^2 \cdot B_{11}(T) + 2x_1x_2 \cdot B_{12}(T) + x_2^2 \cdot B_{22}(T).$$

Die Koeffizienten B_{11} und B_{22} , die der Wechselwirkung der reinen Komponenten entsprechen, lassen sich nach den eben geschilderten Zusammenhängen folgendermaßen schreiben:

$$B_{11}(T) = b_{011} \cdot B^+(T^*) \quad \text{mit} \quad T^* = T \cdot \frac{k}{\varepsilon_{11}},$$

$$B_{22}(T) = b_{022} \cdot B^+(T^*) \quad \text{mit} \quad T^* = T \cdot \frac{k}{\varepsilon_{22}}.$$

Für den Wechselwirkungskoeffizienten B_{12} sollte eine analoge Formel gelten:

$$B_{12}(T) = b_{012} \cdot B^+(T^*) \quad \text{mit} \quad T^* = T \cdot \frac{k}{\varepsilon_{12}}.$$

Bisher wurden keine streng begründeten Kombinationsformeln für b_{012} und ε_{12} angegeben. Man benutzt im allgemeinen die rein empirischen Ansätze:

$$\sigma_{12} = \frac{1}{2} \cdot \{\sigma_{11} + \sigma_{22}\}; \quad \varepsilon_{12} = (\varepsilon_{11} \cdot \varepsilon_{22})^{\frac{1}{2}}.$$

Damit folgt für die Reduktionsparameter:

$$\left. \begin{aligned} b_{012} &= \frac{1}{8} \cdot (b_{011}^{\frac{1}{2}} + b_{022}^{\frac{1}{2}})^3, \\ \left(\frac{\varepsilon}{k} \right)_{12} &= \left\{ \left(\frac{\varepsilon}{k} \right)_{11} \cdot \left(\frac{\varepsilon}{k} \right)_{22} \right\}^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Analoge Formeln erhält man nach E.A. GUGGENHEIM [11]. Hier werden T_k und V_k statt ε und b_0 als Reduktionsparameter benutzt, wobei die eben angestellten Überlegungen sinngemäß gelten.

Obwohl sich auch andere Kombinationsregeln für die Reduktionsparameter angeben lassen, (man vgl. die Arbeit von I. A. ROGOWAJA und I. P. ISCHKIN [12]) wurde in dieser Arbeit der rein statistischen Betrachtungsweise der Vorzug gegeben.

Für den Thomson-Joule-Koeffizienten μ_0 beim Druck $p = 0$ folgt aus Gl. (1) und (6):

$$\mu_0 = \frac{1}{c_{p_0}} \cdot \left(T \frac{dB}{dT} - B \right). \quad (22)$$

Zusammen mit Gl. (19) erhält man hieraus:

$$\mu_0 = \frac{b_0}{c_{p_0}} \left(T^* \frac{dB^+}{dT^*} - B^+ \right). \quad (23)$$

Für binäre Gemische ergibt sich aus Gl. (12) und (22) folgender Ausdruck für den Thomson-Joule-Koeffizienten μ_{0M} :

$$\mu_{0M} = \frac{1}{c_{p_{0M}}} \times \left. \begin{aligned} &\times \{ x_1^2 (\mu_0 c_{p_0})_{11} + 2 x_1 x_2 (\mu_0 c_{p_0})_{12} + x_2^2 \cdot (\mu_0 c_{p_0})_{22} \} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Dabei ist $c_{p_{0M}} = x_1 c_{p_{01}} + x_2 c_{p_{02}}$, $(\mu_0 c_{p_0})_{12}$ ergibt sich zu:

$$(\mu_0 c_{p_0})_{12} = b_{012} \cdot \mu_{012}^+$$

mit $T = T^*(\varepsilon/k)_{12}$ und b_{012} und $(\varepsilon/k)_{12}$ nach Gl. (21).

Dies gilt nun nur für die sog. „klassischen“ Gase, bei denen keine Quantenkorrekturen notwendig sind, um das Verhalten von B und μ_0 (besonders bei tiefen Temperaturen) wiederzugeben. Solche Quanteneinflüsse machen sich bei den „leichten“ Gasen bemerkbar, nämlich He^3 , He^4 , Ne , H_2 und seinen Isotopen (sowie bei Gasgemischen, die eines oder mehrere der genannten Gase enthalten).

In diesen Fällen muß man den zweiten Virialkoeffizienten B (und damit μ_0) bei tiefen Temperaturen auf rein quantenmechanischem Wege berechnen. Im Bereich mittlerer und höherer Temperaturen lassen sich beim zweiten Virialkoeffizienten B Quantenkorrekturen in Form einer Reihenentwicklung anbringen (die im Bereich tiefer Temperaturen nicht mehr konvergiert), wobei beide Rechenmethoden im Bereich höherer (und mittlerer) Temperaturen zu übereinstimmenden Ergebnissen führen müssen. Eine detaillierte Darstellung der entsprechenden Zusammenhänge findet man in dem von J. DE BOER verfaßten Artikel des Buches von J. O. HIRSCHFELDER, C. F. CURTISS und R. B. BIRD [10]. Für höhere und mittlere Temperaturen gilt folgende Beziehung:

$$\left. \begin{aligned} B(T) &= b_0 \cdot B_g^+(T^*), \\ B_g^+(T^*) &= B_{cl}^+(T^*) + \Lambda^{*2} \cdot B_I^+(T^*) + \\ &\quad + \Lambda^{*4} \cdot B_{II}^+(T^*) + \dots + \Lambda^{*3} \cdot B_0^+(T^*), \\ \Lambda^* &= \frac{\Lambda}{\sigma} = \frac{\hbar}{\sigma \sqrt{m \cdot \varepsilon}} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Λ^* ist der sog. Quantenparameter, \hbar das Plancksche Wirkungsquantum und m die Molekülmasse für das betrachtete Gas. $B_I^+(T^*)$, $B_{II}^+(T^*)$, ... sind die Quantenkorrekturen, während $B_{cl}^+(T^*)$ der für klassische Gase gültige zweite Virialkoeffizient [s. Gl. (18)] ist. $B_0^+(T^*)$ ist ein Term, der schon beim idealen Gas auftritt, wenn es mit den Methoden der Quantenstatistik behandelt wird. Dabei gilt in Gl. (25) das obere Vorzeichen (—) für Gase, die der Bose-Einstein-Statistik genügen, das untere Vorzeichen (+) für Fermi-Dirac-

Gase. ($B_0^+(T^*)$ hängt also mit den Symmetrieeigenschaften der Wellenfunktionen zusammen.) Der Term $\Lambda^{*3} \cdot B_0^+(T^*)$ ist jedoch im allgemeinen gegenüber dem ersten Teil der Gl. (25) so klein, daß er im Rahmen der Meßgenauigkeit nicht berücksichtigt zu werden braucht.

Für den Thomson-Joule-Koeffizienten μ_0 erhält man analog:

$$\mu_0 = \frac{b_0}{c_{p_0}} \cdot \{ \mu_{cl}^+ + \Lambda^{*2} \cdot \mu_I^+ + \Lambda^{*4} \cdot \mu_{II}^+ + \dots \}. \quad (26)$$

Für Gasgemische gelten die gleichen Überlegungen wie früher. Es ist jedoch noch eine Kombinationsregel für den Quantenparameter Λ^* einzuführen. Nach J. REUSS und J. M. BEENAKKER [13] benutzt man den folgenden Ausdruck für Λ_{12}^* , der die naheliegende Erweiterung der früher gegebenen Definition darstellt:

$$\Lambda_{12}^{*2} = \hbar^2 \cdot \left(\frac{2\pi N}{3b_{012}} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \varepsilon_{12}^{-1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1 \cdot m_2}. \quad (27)$$

Hierin ist m_i die Molekülmasse der Komponente i .

Für die Quantenkorrekturen gelten folgende Beziehungen:

$$B_I^+(T^*) = \sum_{j=0}^{\infty} b_I^{(j)} \cdot T^{*-\frac{13+6j}{12}}, \quad (28)$$

$$B_{II}^+(T^*) = \sum_{j=0}^{\infty} b_{II}^{(j)} \cdot T^{*-\frac{23+6j}{12}}, \quad (29)$$

$$B_{III}^+(T^*) = \sum_{j=0}^{\infty} b_{III}^{(j)} \cdot T^{*-\frac{33+6j}{12}}. \quad (30)$$

Die Koeffizienten $b_{cl}^{(j)}$, $b_I^{(j)}$, $b_{II}^{(j)}$, $b_{III}^{(j)}$ sind zusammen mit den Werten von B_{cl}^+ , B_I^+ , B_{II}^+ , B_{III}^+ sowie μ_{cl}^+ , μ_I^+ , μ_{II}^+ , μ_{III}^+ für einige Werte der reduzierten Temperatur T^* in

Tabelle 1. Koeffizienten $b_n^{(j)}$ für die Quantenkorrekturen zum zweiten Virialkoeffizienten. (Nach HIRSCHFELDER [10] und [15])

$$B(T) = b_0 \cdot B^+(T^*); \quad T = \frac{\varepsilon}{k} \cdot T^*.$$

$$B^+(T^*) = \sum_{n=0}^{\infty} \Lambda^{*2n} \cdot B_n^+(T^*)$$

$$B_n^+(T^*) = \sum_{j=0}^{\infty} b_n^{(j)} \cdot T^{*-\frac{3+10n+6j}{12}}$$

$$n = 0: B_0^+ = B_{\text{Class.}}$$

$$n = I: B_I^+ = \text{erste Quantenkorrektur usw.}$$

j	$b_{cl}^{(j)}$	$b_I^{(j)}$	$b_{II}^{(j)}$	$b_{III}^{(j)}$
0	+1,7330010	+8,253 (—2)	—2,626 (—3)	+4,200 (—4)
1	—2,5636934	6,301 (—2)	7,754 (—3)	1,617 (—3)
2	—8,6650050 (—1)	7,628 (—2)	1,274 (—2)	3,260 (—3)
3	—4,2728224 (—1)	6,791 (—2)	1,493 (—2)	4,581 (—3)
4	2,1662512 (—1)	5,082 (—2)	1,402 (—2)	5,050 (—3)
5	1,0682056 (—1)	3,352 (—2)	1,121 (—2)	4,652 (—3)
6	5,0545862 (—2)	2,002 (—2)	7,899 (—3)	3,722 (—3)
7	2,2890120 (—2)	1,100 (—2)	5,020 (—3)	2,655 (—3)
8	9,9286513 (—3)	5,635 (—3)	2,926 (—3)	1,719 (—3)
9	4,1329383 (—3)	2,713 (—3)	1,583 (—3)	1,024 (—3)
10	1,6547753 (—3)	1,236 (—3)	8,017 (—4)	5,670 (—4)
11	6,3872683 (—4)	5,359 (—4)	8,831 (—4)	2,944 (—4)
12	2,3818733 (—4)	2,221 (—4)	1,737 (—4)	1,443 (—4)
13	—8,5982461 (—5)	+8,834 (—5)	—7,510 (—5)	+6,707 (—5)

Anmerkung 1: +6,707 (—5) bedeutet +6,707 · 10^{—5}

Anmerkung 2: Die $b_0^{(j)}$ sind in [10] bis zu $j = 40$ angegeben, die $b_n^{(j)}$ für $n = 1, 2, 3$ in [10] bzw. [15] nur bis zu $j = 13$.

den Tabellen 1—3 zusammengestellt. Zu diesem Zweck wurden B_{cl}^+ und μ_{cl}^+ aus der Arbeit [10] übernommen, die ersten und zweiten Quantenkorrekturen zum Teil

neu und die dritten Quantenkorrekturen völlig neu berechnet, da die in [10] mitgeteilten Werte der ersten und der zweiten Quantenkorrekturen für die vorliegende Untersuchung zu unvollständig und zum Teil

Tabelle 2. Werte des zweiten Virialkoeffizienten $B_0^+(T^*)$ sowie der Quantenkorrekturen $B_I^+(T^*)$, $B_{II}^+(T^*)$ und $B_{III}^+(T^*)$ für einige Werte der reduzierten Temperatur T^*

T^*	$B_0^+(T^*)$	$B_I^+(T^*)$	$B_{II}^+(T^*)$	$B_{III}^+(T^*)$
0,5	-8,720205	+3,045	-1,781	+1,501
0,6	-6,1979708	1,673	0,732	0,5025
0,7	-4,7100370	1,085	0,369	0,228
0,8	-3,7342254	0,728	0,203	9,700 (-2)
0,9	-3,0471143	0,538	0,125	5,100 (-2)
1,0	-2,5380814	0,4145	8,230 (-2)	2,980 (-2)
1,2	-1,8359492	0,2740	3,630 (-2)	1,200 (-2)
1,5	-1,2008832	0,17145	1,860 (-2)	0,4175 (-2)
2,0	-0,62762535	9,990 (-2)	0,715 (-2)	0,1155 (-2)
2,5	-0,31261340	6,950 (-2)	0,360 (-2)	4,520 (-4)
3,0	-0,11523390	5,036 (-2)	0,2061 (-2)	2,153 (-4)
4,0	+0,11541691	+3,2478 (-2)	-9,093 (-4)	+0,685 (-4)
5,0	+0,24334351	2,3700 (-2)	5,000 (-4)	0,3019 (-4)
6,0	+0,32290437	1,826 (-2)	3,070 (-4)	0,1561 (-4)
8,0	+0,41343396	1,250 (-2)	1,460 (-4)	5,645 (-6)
10,0	+0,46087529	0,927 (-2)	0,860 (-4)	2,630 (-6)
12,0	+0,4890 *	0,738 (-2)	0,568 (-4)	1,414 (-6)
15,0	+0,5111 *	0,560 (-2)	0,325 (-4)	0,685 (-6)
20,0	+0,52537420	0,395 (-2)	0,1678 (-4)	0,269 (-6)
25,0	+0,5288 *	0,290 (-2)	9,600 (-6)	0,1314 (-6)
30,0	+0,52692546	0,2435 (-2)	6,775 (-6)	7,440 (-8)
40,0	+0,51857502	0,1742 (-2)	3,615 (-6)	3,053 (-8)
50,0	+0,50836143	0,1349 (-2)	2,246 (-6)	1,553 (-8)
60,0	+0,49821261	+0,1095 (-2)	-1,526 (-6)	+0,890 (-8)

Anmerkung 1: Die mit einem Stern (*) versehenen Werte wurden durch Interpolation erhalten.

Anmerkung 2: -1,526 (-6) bedeutet $-1,526 \cdot 10^{-6}$.

Tabelle 3. Werte des Thomson-Joule-Koeffizienten $\mu_0^{\pm}(T^*)$ sowie der Quantenkorrekturen $\mu_{0I}^{\pm}(T^*)$, $\mu_{0II}^{\pm}(T^*)$ und $\mu_{0III}^{\pm}(T^*)$ für einige Werte der reduzierten Temperatur T^*

T^*	$\mu_0^+(T^*)$	$\mu_0^-(T^*)$	$\mu_{0I}^+(T^*)$	$\mu_{0II}^+(T^*)$
0,5	+25,644	-13,712	+10,826	-14,370
0,6	+17,4468	-6,900	+4,179	-3,506
0,7	+12,9672	4,200	2,030	1,510
0,8	+10,1884	2,669	1,0587	0,6278
0,9	+8,3120	1,900	0,6250	0,3250
1,0	+6,9663	1,4032	0,4036	0,1823
1,2	+5,1734	0,8760	0,2100	7,045 (-2)
1,5	+3,6150	0,51325	8,290 (-2)	2,340 (-2)
2,0	+2,2573	0,27855	3,005 (-2)	0,6143 (-2)
2,5	+1,5281	0,17500	1,370 (-2)	0,2318 (-2)
3,0	+1,0752	0,13011	0,8102 (-2)	0,1074 (-2)
4,0	+0,54607	-8,045 (-2)	+0,3431 (-2)	-3,295 (-4)
5,0	+0,24925	-5,650 (-2)	+0,1850 (-2)	-1,415 (-4)
6,0	+0,06107	4,325 (-2)	0,1104 (-2)	0,718 (-4)
8,0	-0,16095	2,850 (-2)	5,150 (-4)	0,2529 (-4)
10,0	-0,28501	2,080 (-2)	2,960 (-4)	0,1156 (-4)
12,0	-0,36050	1,664 (-2)	1,911 (-4)	6,135 (-6)
15,0	-0,43000	1,248 (-2)	1,0821 (-4)	2,926 (-6)
20,0	-0,49671	0,870 (-2)	0,5482 (-4)	1,129 (-6)
25,0	-0,52850	0,660 (-2)	0,3330 (-4)	0,545 (-6)
30,0	-0,54442	0,5296 (-2)	0,21663 (-4)	0,3056 (-6)
40,0	-0,55789	0,3762 (-2)	0,11432 (-4)	0,1240 (-6)
50,0	-0,56001	-0,2899 (-2)	+7,041 (-6)	-6,254 (-8)
60,0	-0,55758	-0,2347 (-2)	+4,752 (-6)	-3,5635 (-8)

Anmerkung: -3,5635 (-8) bedeutet $-3,5635 \cdot 10^{-8}$

$$\mu_0 = \frac{b_0}{c_{p0}} \cdot \mu_0^+; \quad \mu_0^{\pm} = T^* \cdot \frac{dB^{\pm}}{dT^*} - B^{\pm} = \sum_{n=0}^{\infty} A^{*2n} \cdot \mu_{0n}^{\pm}$$

nicht ganz richtig sind, was auf einem Druckfehler in der Arbeit [14] beruht, deren Ergebnisse in [10] verwendet wurden. Die korrigierten Koeffizienten $b_{II}^{(2)}$ sowie die von T. KIHARA berechneten Werte der

Koeffizienten $b_{III}^{(2)}$ finden sich bei J. O. HIRSCHFELDER, C. F. CURTISS und R. B. BIRD [15]¹.

Bisher wurde die spezielle Theorie nur für den zweiten Virialkoeffizienten B und den Thomson-Joule-Koeffizienten μ_0 , d. h. für den ersten Term der Gl. (8) [bzw. Gl. (13) und (14)] mitgeteilt. Für die höheren Terme der Formeln für den integralen Thomson-Joule-Effekt von Gasen (bzw. Gasgemischen) läßt sich die spezielle Theorie nicht weiter ausbauen, da hierfür keine hinreichenden Untersuchungen über die höheren Virialkoeffizienten vorliegen. Hierzu soll in einem späteren Abschnitt noch einiges gesagt werden. Im folgenden Kapitel soll die hier entwickelte Theorie mit den bisher vorliegenden Meßergebnissen über den Thomson-Joule-Koeffizienten μ_0 von Gasen und Gasgemischen verglichen werden.

Der Thomson-Joule-Koeffizient μ_0 , Theorie und Experiment

Zur Prüfung und Erhärtung der in den vorhergehenden Abschnitten mitgeteilten Überlegungen wurde der Thomson-Joule-Koeffizient μ_0 für einige Gase und Gasgemische berechnet und mit den experimentell ermittelten Werten verglichen.

Abb. 2 zeigt den reduzierten Thomson-Joule-Koeffizienten μ_0^{\pm} für reine Gase, wobei einmal die Kurven für die leichten Gase und auch die in der Literatur angegebenen Meßwerte eingetragen sind (Einzelheiten zur Ermittlung der Kurven für μ_0^{\pm} der leichten Gase findet man bei W. KOEPPE [16]). Aus Abb. 2 folgt, daß μ_0 für die leichten Gase, soweit Meßwerte vorliegen, mit sehr guter Genauigkeit durch die hier vorgelegte Theorie wiedergegeben wird. Bei den klassischen Gasen liegen die Meßwerte für tiefe reduzierte Temperaturen (etwa $T^* \leq 1,5$) zum Teil oberhalb der theoretischen Kurve. Dieser Umstand bildet den Gegenstand einer besonderen Untersuchung (W. KOEPPE [17]). Unter Berücksichtigung der Fehlergrenzen der Experimente (häufig 5% und darüber!) läßt sich also feststellen, daß die vorgelegte Theorie den Thomson-Joule-Koeffizienten μ_0 mit guter Genauigkeit wiedergibt.

Dies gilt für He^4 [18, 19], H_2 [20, 21], D_2 [22], Ar [23, 24], N_2 [25, 26], O_2 [27, 28], CH_4 [29] und CO_2 [30]. (Um Abb. 2 nicht zu unübersichtlich zu

Tabelle 4. Reduktionsparameter für die in dieser Arbeit betrachteten Gase

Gas	$\varepsilon/k(^{\circ}\text{K})$	$b_0(\text{cm}^3/\text{Mol})$	A^*
He^4	10,22	21,07	2,67
H_2	37,00	31,67	1,729
D_2	37,00	31,67	1,223
Ar	117,6	49,9	—
N_2	95,5	64,0	—
O_2	117,7	56,0	—
CH_4	148,2	77,15	—
CO_2	205,0	97,8	—

gestalten, wurden die Meßpunkte für O_2 , CH_4 und CO_2 nicht mit eingezeichnet.) Die Reduktionsparameter ε/k , b_0 und A^* für diese Gase sind in Tabelle 4 zusammengestellt.

¹ Der Autor dankt Herrn Professor Dr. J. DE BOER, Amsterdam, für die freundliche Mitteilung des letzten Umstandes sowie für die Überlassung eines Exemplars seiner Promotionsarbeit [14].



Abb. 2. Vergleich von Experimenten über den Thomson-Joule-Koeffizienten μ_0 mit der Theorie (reine Gase)

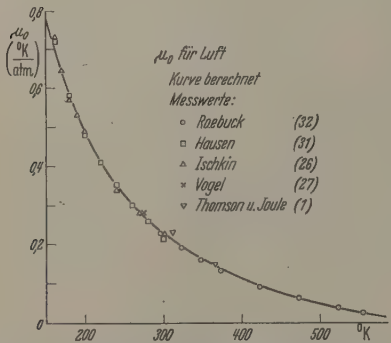


Abb. 3. Thomson-Joule-Koeffizient μ_0 von Luft (Kurve berechnet)

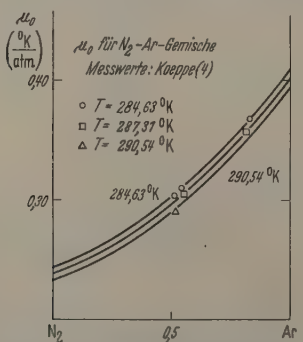


Abb. 4. Vergleich der theoretisch berechneten Kurven für den Thomson-Joule-Koeffizienten μ_0 von Stickstoff-Argon-Gemischen mit Meßwerten

Die dargelegte Theorie gilt auch sehr gut für Gasgemische, wie man aus den Abb. 3–9 entnehmen kann, wo die theoretisch berechneten Kurven zusammen mit Meßpunkten für Luft (Abb. 3) ([1, 26, 27, 31, 32]), N_2 -Ar-Gemische (Abb. 4) [4], O_2 -Ar-Gemische (Abb. 5) [4], He- N_2 -Gemische (Abb. 6) [33], He-Ar-Gemische (Abb. 7) [34], und N_2 - H_2 -Gemische (Abb. 8) [4] gezeigt sind.

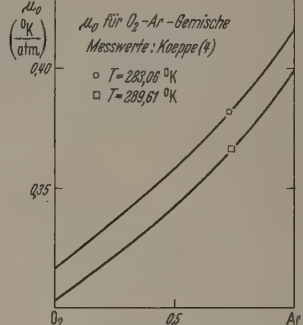


Abb. 5. Thomson-Joule-Koeffizient μ_0 von Sauerstoff-Argon-Gemischen (Kurven berechnet)

Zusammenfassend läßt sich also feststellen, daß die hier angegebene Theorie für den Thomson-Joule-Koeffizienten μ_0 sowohl bei den klassischen Gasen als auch bei den leichten Gasen, bei denen Quanteneinflüsse berücksichtigt werden müssen, experimentell

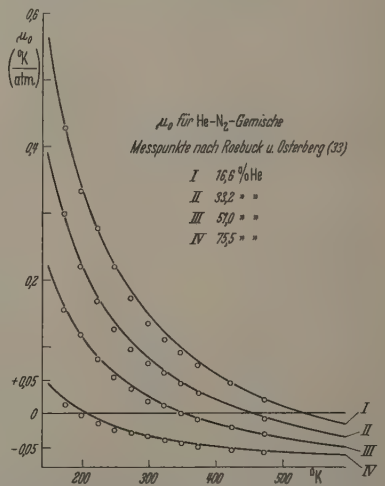


Abb. 6. Vergleich der gemessenen Werte des Thomson-Joule-Koeffizienten μ_0 von Helium-Stickstoff-Gemischen mit der Theorie

gut bestätigt ist. Gewisse Abweichungen bei tiefen reduzierten Temperaturen, die zum Teil auf Unsicherheiten in der experimentellen Bestimmung von μ_0 zurückzuführen sind, zum Teil auf den Näherungscharakter des Potentials L-J-6,12, sollen Gegenstand einer besonderen Betrachtung sein [17].

Bemerkungen zu den höheren Gliedern
in der Formel für ΔT

Für die Berechnung der höheren Glieder in der Formel für den integralen Thomson-Joule-Effekt ΔT ist die Kenntnis der höheren Virialkoeffizienten

erforderlich. Auf die Schwierigkeiten bei der theoretischen Berechnung dieser Größen wurde schon früher hingewiesen. In [10] finden sich Tabellen für den reduzierten dritten Virialkoeffizienten C^+ und seine Ableitungen nach der Temperatur. Unter Verwendung dieser Angaben wurde nun das zweite Glied in der Formel für ΔT [Gl. (8)] für Ar, N₂ und CO₂ berechnet (für diese Gase liegen ziemlich ausgedehnte Messungen über den Thomson-Joule-Effekt von J. R. ROEBUCK u. Mitarb. vor [23], [25], [30]), wobei die gleichen Reduktionsparameter verwendet wurden, wie auch bei der Berechnung von μ_0 . Da sich nun die Isothermen dieser Gase bis zu Drücken von etwa 200 Atm.

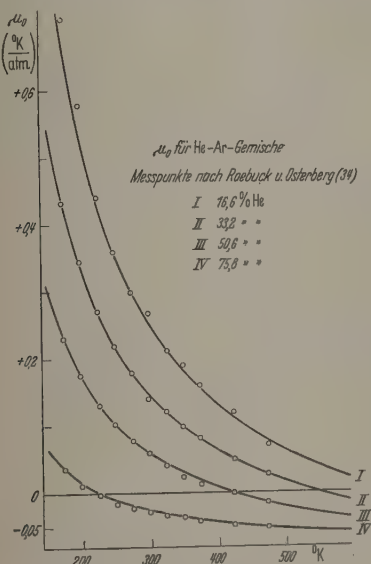


Abb. 7. Thomson-Joule-Koeffizient μ_0 von Helium-Argon-Gemischen (Kurven berechnet)

innerhalb einer Genauigkeit von 1⁰/₁₀₀ durch einen Ansatz

$$pV = RT + B'p + C'p^2 + D'p^3 + E'p^4$$

darstellen lassen, sollte es möglich sein, den integralen Thomson-Joule-Effekt ΔT innerhalb des gleichen Druck- und Temperaturbereiches mit der gleichen Zahl von Gliedern [also einschließlich eines Gliedes mit p^4 in Gl. (8)] mit einer Genauigkeit von 1% zu berechnen. Angaben über D' und E' (bzw. D und E) liegen für das Potential L-J-6,12 bisher nicht vor. Vergleicht man aber die Meßwerte von ΔT mit der Gl. (8), so kann man unter Verwendung der Werte von μ_0 und der theoretisch berechneten Werte des zweiten Gliedes von Gl. (8) aus den Differenzen

$$\begin{aligned} \Delta T_{\text{gem}} - \frac{p}{c_{p_0}} \left(T \frac{dB'}{dT} - B' \right) - \frac{p^2}{2c_{p_0}} \left(T \frac{dC'}{dT} - C' \right) \\ = \frac{p^3}{3c_{p_0}} \left(T \frac{dD'}{dT} - D' \right) + \dots = \delta \Delta T \end{aligned}$$

Angaben über die Koeffizienten der Glieder mit p^3 und p^4 erhalten. Gilt nun das Theorem der korrespondierenden Zustände in der ursprünglichen Form (VAN DER WAALS), so sollten die reduzierten Koeffizienten der p^3 -Glieder bzw. der p^4 -Glieder von Ar, N₂

und CO₂ zusammenfallen. Eine derartige Analyse führte nun zu folgenden Ergebnissen:

a) Bei der Berechnung des zweiten Gliedes in Gl. (8) mittels der in (10) angegebenen Werte für C^+ und T^*dC^+/dT^* mußte in Gl. (8) noch ein Glied mit p^5 berücksichtigt werden, um die Meßwerte von ΔT mit der angegebenen Genauigkeit wiedergeben zu können.

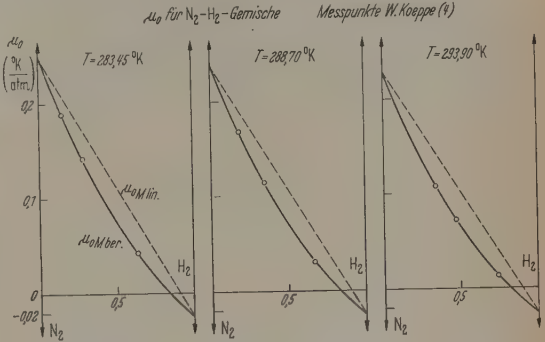


Abb. 8. Vergleich von gemessenen und berechneten Werten des Thomson-Joule-Koeffizienten μ_0 von Stickstoff-Wasserstoff-Gemischen

Die reduzierten Koeffizienten der p^n -Glieder ($n=3, 4, 5$) ergaben stark auseinanderfallende Kurven, die sich selbst unter Berücksichtigung einer Meßfehlergrenze von 4 bis 5% nicht zur Deckung bringen ließen.

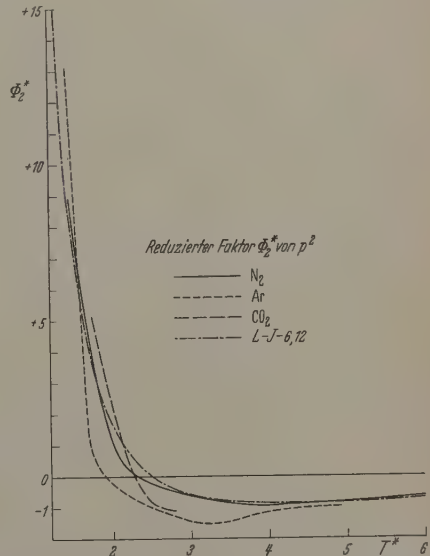


Abb. 9. Reduzierte Faktoren des Gliedes mit p^3 in der Formel für den integralen Thomson-Joule-Effekt (Stickstoff, Argon, Kohlendioxid und L-J-6,12)

b) Wurden nur die μ_0 -Werte zur Analyse verwendet, so konnten die Meßwerte von ΔT innerhalb des gesamten Temperatur- und Druckbereiches mit einer Genauigkeit von 1 bis 2% dargestellt werden, wobei in Gl. (8) nur die ersten drei Glieder notwendig waren. Dabei ergaben sich für die drei untersuchten Gase verschiedene Kurven für die reduzierten Koeffizienten der p -Potenzen, die schon beim zweiten Glied (das den dritten Virialkoeffizienten C enthält) von der für das Potential L-J-6,12 gültigen Kurve abweichen.

Diese Kurven sind in den Abb. 9 und 10 gezeigt.

Aus den geschilderten Untersuchungen folgt, daß das Theorem der korrespondierenden Zustände in der alten Form nicht allgemein gilt, daß es vielmehr einer Erweiterung bedarf. Eine solche Erweiterung wurde von L. RIEDEL [35] und von K.S. PITZER u. Mitarb. [36] vorgeschlagen. Nach den Arbeiten von RIEDEL zeigen reduzierte thermodynamische Größen, z.B. die reduzierte Dampfdruckkurve, eine Abhängigkeit vom sog. kritischen Faktor α_K , der für jeden Stoff eine individuelle Konstante ist. Für Stoffe mit gleichem kritischen Faktor fallen die reduzierten Größen zusammen.

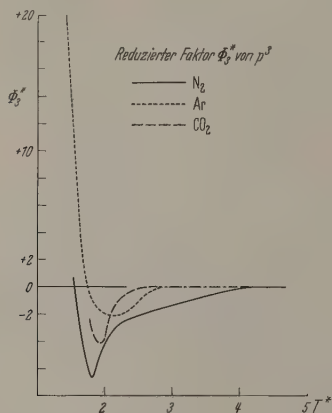


Abb. 10. Reduzierte Faktoren des Gliedes mit p^2 in der Formel für den integralen Thomson-Joule-Effekt (Stickstoff, Argon und Kohlendioxyd)

Im Rahmen der hier durchgeführten Untersuchungen konnte das erweiterte Theorem nur qualitativ, nicht aber quantitativ bestätigt werden, da hierfür das vorliegende experimentelle Material nicht ausreichend erscheint.

Da die vorgelegte Theorie des integralen Thomson-Joule-Effektes im Bereich höherer Drücke schon für reine Gase nicht vollständig durchgeführt werden konnte, weil hierfür keine ausreichenden Unterlagen über die höheren Virialkoeffizienten vorhanden sind, wurde auf die Analyse der Messungen über den integralen Thomson-Joule-Effekt von Gasgemischen im Bereich höherer Drücke im Rahmen dieser Arbeit verzichtet. Diese Aufgabe scheint jedoch aussichtsreich, sobald weitere experimentelle Ergebnisse vorliegen.

Zusammenfassung

Es wird eine geschlossene Theorie des integralen Thomson-Joule-Effektes von Gasen und Gasgemischen vorgelegt. Im Bereich niedriger Drücke kann diese Theorie an Hand des vorliegenden experimentellen Materials gut bestätigt werden, auch für solche

Gase und Gasgemische, bei denen Quanteneinflüsse berücksichtigt werden müssen.

Im Bereich höherer Drücke kann die Theorie augenblicklich nur teilweise bestätigt werden, da Unterlagen über die höheren Virialkoeffizienten fehlen. Das erweiterte Theorem der korrespondierenden Zustände nach L. RIEDEL läßt sich im Hinblick auf den Thomson-Joule-Effekt wegen unzureichender experimenteller Unterlagen vorläufig nur qualitativ untermauern.

Der Autor dankt Herrn Professor Dr. F.X. EDER für die Anregung zu dieser Arbeit sowie für die Genehmigung zu ihrer Veröffentlichung.

Literatur: [1] THOMSON, W., and J.P. JOULE: Phil. Mag. 4, 481 (1852). — Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. 143, 357 (1853); 144, 321 (1854); 152, 579 (1862). — [2] HAUSEN, H.: Handbuch der Kältetechnik, Bd. VIII: Erzeugung sehr tiefer Temperaturen. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1957. — [3] KOEPPE, W.: Exp. Techn. Physik 4, 278 (1956). — [4] KOEPPE, W.: Kältetechnik (im Druck). — [5] JAKOB, M.: Phys. Z. 22, 65 (1921). — [6] MEISSNER, W.: Z. Physik 18, 12 (1923). — [7] KOEPPE, W.: Bull. I. I. F. (im Druck). — [8] PLANK, R.: Handbuch der Kältetechnik, Bd. II: Thermodynamische Grundlagen. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1953. — [9] KOEPPE, W., u. C. SEYFERTH: In Vorbereitung. — [10] HIRSCHFELDER, J.O., C.F. CURTISS and R.B. BIRD: Molecular Theory of Gases and Liquids. New York: John Wiley & Sons, Inc. 1954. — [11] GUGGENHEIM, E.A.: Mixtures, S. 154–165. Oxford: Clarendon Press 1952. — [12] ROGOWAJA, I.A., u. I.P. ISCHKIN: Z. phys. Chem. USSR 33, 573 (1957). — [13] REUSS, J., and J.J.M. BEENAKKER: Physica, Haag 22, 869 (1956). — [14] DE BOER, J.: Thesis, Amsterdam 1940. — [15] HIRSCHFELDER, J.O., C.F. CURTISS and R.B. BIRD: Addenda and Corrigenda to MTGL (No. 2, Sept. 1954). Siehe [10]. — [16] KOEPPE, W.: Diss. Berlin 1959 Humboldt-Univ. — [17] KOEPPE, W.: In Vorbereitung. — [18] ZELMANOV, J.L.: J. Phys. USSR 3, 43 (1940). — [19] ROEBUCK, J.R., and H. OSTERBERG: Phys. Rev. 48, 60 (1933). — [20] JOHNSTON, H.L., I.I. BEZMAN and C.B. HOOD: J. Amer. Chem. Soc. 68, 2367 (1946). — [21] KOEPPE, W.: Kältetechnik 8, 275 (1956). — [22] JOHNSTON, H.L., C.A. SWANSON and H.E. WIRTH: J. Amer. Chem. Soc. 68, 2373 (1946). — [23] ROEBUCK, J.R., and H. OSTERBERG: Phys. Rev. 46, 785 (1934). — [24] ISCHKIN, I.P., u. I.A. ROGOWAJA: Z. phys. Chem. USSR 31, 410 (1957). — [25] ROEBUCK, J.R., and H. OSTERBERG: Phys. Rev. 48, 450 (1935). — [26] ISCHKIN, I.P., u. M.G. KAGANER: Z. techn. Phys. USSR 26, 2329 (1956). — [27] VOGEL, E.: Forsch. Ing.-Wes. H. 108/109 (1911). — [28] KOEPPE, W.: In Vorbereitung. — [29] EUCKEN, A., u. W. BERGER: Z. techn. Phys. 15, 369 (1934). — [30] ROEBUCK, J.R., T.A. MURRELL and E.E. MILLER: J. Amer. Chem. Soc. 64, 400 (1942). — [31] HAUSEN, H.: Forsch. Ing.-Wes. H. 274 (1926). — [32] ROEBUCK, J.R.: Proc. Amer. Acad. 60, 537 (1925); 64, 287 (1930). — [33] ROEBUCK, J.R., and H. OSTERBERG: J. Amer. Chem. Soc. 60, 341 (1938). — [34] ROEBUCK, J.R., and H. OSTERBERG: J. Chem. Phys. 8, 627 (1940). — [35] RIEDEL, L.: Chemie-Ing.-Technik 26, 83, 259, 679 (1954); 27, 209, 475 (1955); 28, 557 (1956). — [36] PITZER, K.S., D.Z. LIPPMANN, R.F. CURL jr., C.M. HUGGINS and D.E. PETERSEN: J. Amer. Chem. Soc. 77, 3427 (1955).

Dr. W. KOEPPE,

Physikalisch-Technisches Institut der DAW,
Bereich für tiefe Temperaturen
und Thermodynamik, Berlin W 8

Eine einfache Dosiereinrichtung beim Vakuumbedampfen*

Von HERMANN STROSCHKE

Mit 3 Textabbildungen

(Eingegangen am 30. Juli 1959)

Mit der Verbesserung, welche die Vakuumtechnik in den letzten Jahren erfahren hat, ist auch das Bedürfnis gestiegen, die darin gegebenen technischen Möglichkeiten für die verschiedensten Zwecke zu verwenden. Beispielsweise ist man immer mehr dazu übergegangen, dünne Schichten durch Aufdampfen im Hochvakuum herzustellen. Hierbei sind zu unterscheiden:

1. Schichten aus *einem* chemischen Element (z.B. Metallschichten, Selenschichten).

2. Schichten aus *mehreren* Elementen (chemische Verbindungen, Legierungen, aus mehreren chemisch einheitlichen Körpern zusammengesetzte Schichten).

Im zweiten Fall sind besondere Maßnahmen zu treffen, um die Schicht in der gewünschten Form zu realisieren. Dazu gehören

1. die zweckmäßige Vorbereitung der Aufdampffläche, auf der die dünne Schicht niedergeschlagen werden soll. Sie muß entsprechend gereinigt, in ihrer Oberfläche angepaßt (z.B. aufgeraut), gegebenenfalls mit einer Hilfsschicht (z.B. Bekeimung) versehen und schließlich — um für die Kondensation der Schicht die fallweise günstigste Temperatur zu sichern — gekühlt oder erhitzt sein.

2. eine geeignete Ausbildung der Verdampfungseinrichtung.

In dieser Arbeit seien speziell solche Verdampferanordnungen besprochen, die das Herstellen von kondensierten dünnen, aus mehreren Komponenten zusammengesetzten Schichten ermöglichen. Bei Legierungen kann man z.B. zunächst durch eine entsprechende Schmelze die Legierung herstellen und sie dann in *einen* Verdampfer geben. In der Regel dürfte aber die Zusammensetzung des Kondensates von der Ausgangslegierung abweichen, da die Komponenten der Legierung verschiedene Dampfdrucke haben [1]. Chemische Verbindungen hingegen werden in manchen Fällen nicht unzersetzt verdampfen, so daß das Kondensat nicht mehr die stöchiometrische Zusammensetzung der Verbindung hat. In diesen Fällen ist es erforderlich, zwei oder mehr Verdampfer zu verwenden. Dann liegt es aber nahe, von vornherein aus der entsprechenden Anzahl von Verdampfern die einzelnen Komponenten zu verdampfen, so daß sich die gewünschte Legierung bzw. chemische Verbindung erst in der kondensierten Schicht bildet. Da aber die Dampfdrucke der Komponenten verschieden sind, müssen die einzelnen Verdampfer meist auf verschiedenen Temperaturen gehalten werden [2]. Eine solche Methode ist nur dann anwendbar, wenn die Substanzen gleichmäßig verdampfen. Dies trifft aber nicht immer zu. Ein Ausweg besteht darin, daß man einem geeigneten Verdampfer nur eine ganz kleine Portion zuführt, die vollständig verdampft ist, ehe die nächste Portion zur Verdampfung kommt [3]. Eine solche

Technik haben HARRIS und SIEGEL für eine Schicht aus α - und β -Messing sowie aus einer Gold-Cadmiumlegierung vorgeschlagen. In einem Vorratstrichter befinden sich feine Teilchen der Legierung, die über eine vibrierende Rinne mit einer solchen Geschwindigkeit dem Bandverdampfer zugeführt werden, daß der Nachschub neuer Teilchen erst erfolgt, wenn die vorausgehenden Teilchen bereits vollständig verdampft sind. In einer anderen Ausführungsform liegen die Teilchen auf einem endlosen Band, das langsam abrollt und dabei die Teilchen auf die zum Verdampfer führende Rinne fallen läßt. Die Bandgeschwindigkeit richtet sich auch hier nach dem Zeitraum, in dem eine zugeführte Portion vollständig verdampft werden kann. Eine Kombination dieser beiden Formen hat MOLL [4] angewendet. Er läßt einen Vorratstrichter das Förderband beschicken, von dem das zu verdampfende Gut über eine vibrierende Rinne in den Verdampfer fällt. Bei einer weiteren Methode wird die Substanz durch ein Elektronenbombardement zur Verdampfung gebracht [5]. Hierzu ist der die Substanz enthaltende Tiegel als Anode geschaltet. Im Bedarfsfall kann der Elektronenstrahl auch durch einen Wehnelt-Richtzylinder (aus einer Röntgenröhre) lediglich auf einen kleinen Oberflächenbereich der zu verdampfenden Substanz gelenkt werden und diesen erhitzen [6]. Das trägt bei Substanzen mit sehr niedrigem Dampfdruck, die hohe Verdampfungstemperatur erfordern, zur Schonung des Träger- bzw. Tiegelmaterials bei. Es ist dann auch möglich, den gerichteten Elektronenstrahl in einem vorgeschriebenen Rhythmus nacheinander auf mehrere zu verdampfende Substanzen zu lenken und auf diese Weise auch komplizierter zusammengesetzte Kondensate zu erhalten.

In den letzten Jahren wurde im Laboratorium des Bauelementewerkes SAF Nürnberg der Einfluß einer Cadmiumselenid-Zwischenschicht beim Selengleichrichter studiert [7]. Dabei war es erforderlich, künstliche Schichten von Cadmiumselenid auf der Selenoberfläche herzustellen. Es sollten aber nicht nur Schichten stöchiometrischer Zusammensetzung entstehen, sondern auch solche, bei denen die eine oder andere Komponente im Überschuß ist. Auch war daran gedacht, die Schicht so aufzubauen, daß auf der Selenseite ein Überschuß an Selen beim Aufbau der Schicht kondensieren konnte, in der Mitte eine stöchiometrische Zusammensetzung vorlag und die obersten Bereiche der Schicht einen Überschuß der Cadmiumkomponente aufwiesen. Auf diese Weise sollte der Aufbau der sich natürlich bildenden Reaktionsschicht zwischen Selen und dem Cadmium (der Deckelektrodenlegierung) künstlich nachgeahmt werden. Die Schichtdicke sollte außerdem um mehrere Größenordnungen zu variieren sein. Ein solches Arbeitsprogramm war nur mit einer Verdampfungseinrichtung zu verwirklichen, die viele Variationsmöglichkeiten zuläßt.

* DBP 1032998.

Die Arbeitsweise dieser speziell entwickelten Einrichtung für dosiertes Aufdampfen geht aus Abb. 1 hervor. Auf einer drehbaren Scheibe S sind die zu

reichend weit von den Scheiben entfernt befinden sich zwei widerstandsgeheizte Keramiknäpfe K^1 , in die je ein Röhrchen $Rö$ mündet, das unterhalb des Revol-

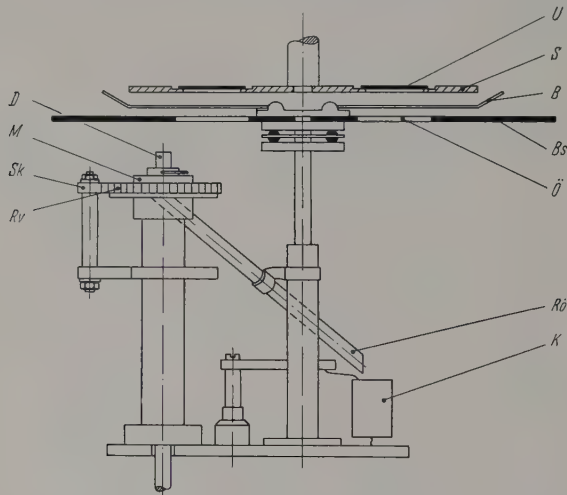


Abb. 1. Schematische Darstellung der Einrichtung für dosiertes Aufdampfen

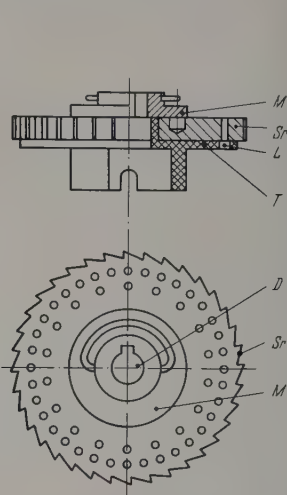


Abb. 2. Seitenansicht und Draufsicht des Vorratsrevolvers Rv aus Abb. 1

bedampfenden Unterlagen U montiert. Unterhalb der Scheibe S ist die mit kreissektorförmigen Öffnungen \ddot{O} versehene Blendscheibe Bs angeordnet. Die Winkel

vers Rv beginnt. Einzelheiten dieses Revolvers zeigt Abb. 2. Zu erkennen sind die beiden Kränze mit Bohrungen; die Zahl der Bohrkränze kann auch größer sein. Der Rand des Revolvers ist als Sperrrad Sr ausgebildet, wobei jeder Bohrung ein Zahn entspricht. Das Revolverrad liegt auf dem Teller T , der für jeden Bohrungskranz ein Loch L besitzt. Der Teller, den eine Nase daran hindert, sich auf der Achse zu drehen, läßt sich mitsamt dem Revolver von der Achsenführung abheben. Ein auf die Drehachse D gesteckter Mitnehmer M greift mit zwei Zapfen in das Revolverrad ein, so daß er die Achsbewegung mitmachen muß. Durch die Sperrklinke Sk wird der Sperradkranz des Revolvers so fixiert, daß stets eine Bohrung genau über die Öffnung des Tellers T zu stehen kommt. Den zusammengesetzten Revolver mit einem Röhrchen und einem Keramiknapf gibt Abb. 3 wieder.

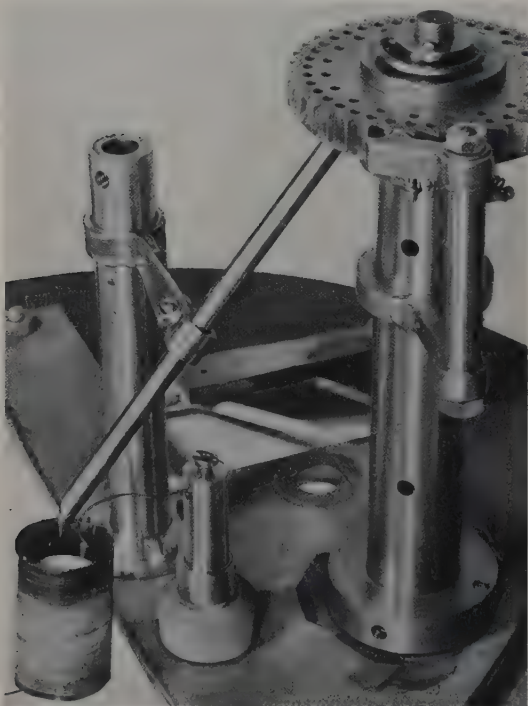


Abb. 3. Vorratsrevolver mit Fallröhrchen und Keramiknapf. Vor dem Revolver ist deutlich die Sperrklinke zu erkennen

der Sektoren können durch Blenden B verändert und damit die Menge der auf die Unterlagen treffenden Substanz vergrößert oder verkleinert werden. Hin-

Das Füllen der Bohrungen kann bequem und sauber an einem Arbeitsplatz nach Abnehmen des Revolvers und des Tellers erfolgen. Bei Metallen, die sich zu Drähten ziehen lassen, sind kurze Drahtstückchen als Füllgut verwendbar. Weiter eignen sich als Füllgut kleine Kügelchen, deren Durchmesser unter dem der Bohrung liegt. Selen wurde z.B. zu Fäden ausgezogen und Bruchstücke davon dienten als Füllung. Bei vielen Verbindungen wird man in einer Pastillenpresse kleine Zylinderchen zum Einsetzen in die Bohrung pressen können. Die Zahl der Bohrungen und gegebenenfalls der Bohrkränze erlaubt sehr viele Variationsmöglichkeiten des Verdampfungsprogramms. Um zu verhindern, daß sich der Revolver gegenüber dem Teller während des Transportes verschiebt, wobei einzelne Bohrungen sich entleeren könnten, wird ein kleiner Bolzen durch diejenige Bohrung gesteckt, die eben über dem Loch im Teller steht. Nach dem Aufsetzen auf die Achsführung kann man den Bolzen entfernen, weil jetzt die Sperrklinke den Revolver hält.

¹ Der Übersichtlichkeit wegen ist nur ein Verdampfer mit Röhrchen abgebildet.

Wenn nun noch der Revolver durch Aufsetzen des Mitnehmers an die Drehachse gekoppelt wird, ist die Anordnung einsatzbereit.

Wie oben erwähnt, war die Aufgabe gestellt, den Einfluß einer Cadmiumselenidschicht zwischen dem Selen der Gleichrichterplatte und der darüber befindlichen Deckelektrode zu untersuchen. Als Maß für diesen Einfluß wurde der aus der Gleichrichterkennlinie errechnete Widerstand bei der Vorspannung Null (R_0) genommen. Er ist für die Deckelektrode charakteristisch; beispielsweise beträgt R_0 bei einer Deckelektrode aus Cadmium $1,3 \cdot 10^4 \Omega \text{cm}^2$, bei einer Deckelektrode aus Wismut hingegen $3,3 \cdot 10^2 \Omega \text{cm}^2$.

Tabelle. Einfluß der Schichtdicke des Cadmiumselenids auf den Nullwiderstand

Cd (abgedampft) mg	Se (aufgedampft) mg	Blende	CdSe (aufgedampft) $\mu\text{g}/\text{cm}^2$	R_0 cm^2
119,0	84,2	1/1	69,2	$1,6 \cdot 10^4$
119,0	84,2	1/2	34,6	$2,3 \cdot 10^4$
119,0	84,2	1/4	17,3	$1,1 \cdot 10^4$
119,0	84,2	1/8	8,65	$1,5 \cdot 10^4$
119,0	84,2	1/16	4,33	$1,1 \cdot 10^4$
59,5	42,1	1/16	2,16	$1,5 \cdot 10^4$
29,8	21,0	1/16	1,08	$1,0 \cdot 10^4$
14,9	10,5	1/16	0,54	$3,0 \cdot 10^3$
7,5	5,2	1/16	0,27	$1,7 \cdot 10^3$
3,8	2,6	1/16	0,14	$1,3 \cdot 10^3$

Wird die Selenoberfläche vor dem Aufbringen der Wismut-Deckelektrode mit einer cadmiumhaltigen Zwischenschicht, z. B. Cadmiumselenid, versehen, so entspricht der Nullwiderstand etwa dem für die Cadmium-Deckelektrode gültigen Wert. Der Nullwiderstand ist also ein genauer Indikator für das Vorhandensein einer Cadmiumselenidschicht. In einer Versuchsreihe, deren Ergebnisse die Tabelle zusammenfaßt, wurde ermittelt, bis zu welchen Mengen das Cadmiumselenid noch wirksam ist.

Wenn beispielsweise insgesamt die (stöchiometrischen) Mengen 119 mg Cadmium und 84 mg Selen bei ganz geöffneten Blenden verdampft wurden, so ergab sich auf den Aufdampfflächen eine kondensierte Menge Cadmiumselenid von $69,2 \mu\text{g}/\text{cm}^2$. Diese Menge ließ sich durch direktes Auswiegen feststellen. Dabei war der eine Bohrungskranz mit Selenfäden, der andere mit Cadmiumdrahtstückchen gefüllt. Das

Gewicht jeder zu verdampfenden Einzelportion betrug einige Milligramm. Das Dosieren der Abstufung erfolgte einmal durch Verringern der Bohrungsfüllung, zum zweiten durch Betätigen der oben beschriebenen Blenden.

Aus der Tabelle ist ersichtlich, daß der Nullwiderstand erst unterhalb einer Flächenbelegung von $1 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ kleiner wird als es dem Cadmiumselenidwert entspricht. Doch noch bei $0,14 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ liegt der Wert höher als bei einer Wismutelektrode ohne Zwischenschicht. Rechnerisch entspricht diese Flächenbedekung einer Schicht von $3,0 \text{ \AA}$. Man muß freilich annehmen, daß hier die Oberfläche des Selen nicht mehr zusammenhängend mit Cadmiumselenid bedeckt ist.

Das dargelegte Beispiel zeigt, daß die Dosiereinrichtung in Kombination mit der Blende geeignet war, die aufgedampften Mengen proportional abzustufen. Die durch Abstufen erhaltene Menge, bei der die Zwischenschicht eben noch wirksam ist, stimmt zwanglos mit der hierfür errechneten Schichtdicke überein. Die Größenordnung von 1 \AA entspricht einer einmolekularen Bedeckung.

Zusammenfassung

Es erfordert besondere Maßnahmen, wenn dünne Schichten aus mehreren Komponenten durch Aufdampfen hergestellt werden. Es wird eine Dosiereinrichtung beschrieben, die die Herstellung von Aufdampfschichten aus mehreren Komponenten ermöglicht. Diese Dosiereinrichtung besteht aus einem Revolver, der zwei oder mehrere Verdampfer beschickt und große Variationsmöglichkeiten für den Aufbau der Gesamtschicht bietet.

Literatur: [1] REICHEL, W.: Glas- u. Hochvakuumtechn. 2, 256 (1953). — [2] GÜNTHER, K. G.: Naturwiss. 45, 415 (1958). — [3] HARRIS, L., and B. M. SIEGEL: J. Appl. Phys. 19, 739 (1948). — [4] MOLL, A.: Z. angew. Phys. 10, 410 (1958). — [5] Siehe z. B. L. HOLLAND: Vacuum Deposition of Thin Films. Dort S. 135–140, Electron Bombardement Heating. London: Chapman & Hall Ltd. 1956. — [6] ESPE, W.: Über Aufdampfung von dünnen Schichten im Hochvakuum. Beitrag S. 67–99 in M. AUWÄRTER, Ergebnisse der Hochvakuumtechnik und der Physik dünner Schichten. Stuttgart: Wiss. Verlagsges. 1957. — [7] STROSCHKE, H.: I. Mitt. Z. Physik 140, 409 (1955). II. Mitt. Z. Physik 145, 597 (1956).

Dr. HERMANN STROSCHKE,
Standard Elektrik Lorenz AG.,
Bauelementewerk SAF Nürnberg

Berichte

Hochkonstante Gleich- und Wechselspannungsquellen mittlerer Spannungen. Teil II

Von RUDOLF STENZEL und HARALD HELKE

Mit 8 Textabbildungen

(Eingegangen am 12. September 1959)

In dieser Zeitschrift [1] wurde ein Bericht über den damaligen Stand der Verfahren und Geräte für die Konstanthaltung bzw. Regelung von Gleich- und Wechselspannungen gegeben. Inzwischen sind die elektronischen Regelungsverfahren weiter verbessert worden, und die ausschließliche Benutzung sog. selbst-

stabilisierender Bauelemente [2] bleibt auf Geräte geringerer Konstanz beschränkt. Diese mit Eisen-Wasserstoff-Widerständen, Gasentladungsröhren, Halbleiterwiderständen, gesättigten Eisendrosseln und Transformatoren oder Kohledruckplättchen ausgerüsteten Geräte, deren Konstanz nur auf Grund der

physikalischen Eigenschaften ihrer Bauelemente erzielt wird, wurden bereits im ersten Teil erläutert. Ergänzend hierzu sei noch auf eine ausführliche Beschreibung der Funktionsweise und Diskussion der Eigenschaften von Präzisions-Stabilisierungsröhren (Gasentladungsröhren) von M. VOLLENWEIDER hingewiesen [3]. Geregelter Geräte werden nicht nur mit Röh-

geändert werden. Die Angaben gelten auch dann, wenn eine Änderung des Belastungsstromes zwischen 50 und 100% des Nennwertes auftritt. Besondere oder einschränkende Bedingungen werden an der betreffenden Stelle angegeben.

1. Kurzzeitkonstanz

a) Elektronisch geregelte Gleichspannungsgeräte

Für hochkonstante Netzgeräte, deren Konstanz besser als 10^{-4} sein soll, werden heute allgemein Regelschaltungen verwendet. In den gebräuchlichen Netzanschlußgeräten sind zwar selbststabilisierende Bauelemente oftmals zusätzlich eingebaut, doch wird die hohe Konstanz der Ausgangsspannung weitgehend erst durch die Ausbildung der Schaltung als geschlossener Regelkreis erreicht. Dieser Regelkreis, dessen Prinzip in fast allen Geräten unabhängig von ihrem technologischen Aufbau wiederkehrt, ist als Blockbild in Abb. 1 dargestellt. Die Beeinflussung der Regelstrecke Eingangsspannung—Ausgangsspannung erfolgt durch das Stellglied Y , dessen Ausbildung ebenso wie die der Meßgröße X und eventueller Störgrößen $Z_1 \dots Z_n$ von der Art des verwendeten Verstärkers abhängt.

Bei Röhrenverstärkern für Gleichspannungsgeräte werden die Größen X und Y funktionell durch Röhren dargestellt [1], [4], [5]. Heute werden derartige Geräte mit einer kurzzeitigen Spannungs Konstanz von 10^{-5} und einer Restwelligkeit in der gleichen Größenordnung von verschiedenen Firmen [6] bis [10] hergestellt und mit Erfolg als Spannungsquellen für Präzisionsmessungen mit dem Gleichstromkompensator verwendet. Diese Spannungs Konstanz erstreckt sich auf einen für Laboratoriumsmessungen ausreichenden Zeitraum. Als Beispiel sei der von der AEG entwickelte Netzgleichrichter II für einen maximalen Laststrom von 250 mA bei Spannungen bis 425 V an Hand eines vereinfachten Prinzip-Stromlaufbildes (Abb. 2) erläutert. Im Anschluß an den Gleichrichterteil 1 ist über die als Stellglied Y dienenden, parallel geschalteten Vakuum-Röhren 2 eine Kette von Stabilisatoren 3 geschaltet, deren Anzahl sich nach der gewählten Ausgangsspannung richtet. Diese Stabilisatoren bilden zusammen mit dem Widerstand 4 das Meßglied X des Regelkreises und zwar derart, daß im Takt der Ausgangsspannung schwankende Querstrom der Stabilisator-Widerstandskette am Widerstand 4 einen entsprechend schwankenden Spannungsabfall hervorruft. Diese Spannung wird durch die erste Stufe 5 des Verstärkers so verstärkt, daß sie zusammen mit dem konstanten Spannungsabfall der Glimmröhre 6, dem Sollwert X_K , den Anodenstrom der zweiten Verstärkerstufe 7 umgekehrt proportional zu den Schwankungen der Ausgangsspannung steuert. Der Spannungsabfall am Anodenwiderstand 11 der Röhre 7, der gleichzeitig am Gitter der Röhrenkombination 2, also dem Stellglied Y des Regelkreises liegt, öffnet oder schließt nun das Stellglied so, daß Schwankungen der Ausgangsspannung wieder ausgeglichen werden. Das Stellglied ist hier gleichzeitig als Regelstrecke aufzufassen. Als Rückführung X_r bzw. als Störglieder Z_1 und Z_2 sind der Kondensator 8 und die Schirmgitterwiderstände 9 und 10 anzusehen. Die Spannungs Konstanz dieses Netzgleichrichters ist, bedingt durch den zweistufigen

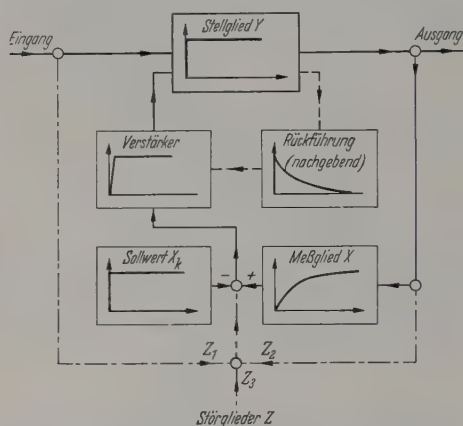


Abb. 1. Grundsätzliches Blockbild eines geregelten Netzgerätes

ren, sondern für Spezialaufgaben auch mit Transistoren hergestellt. Ebenso ist der Transduktor (gleichstromvormagnetisierte Drossel) in Wechselspannungsquellen entsprechend den im Abschnitt 5 des ersten genannten Aufsatzes bereits angedeuteten Möglichkeiten als Stellglied oder Regelverstärker und als

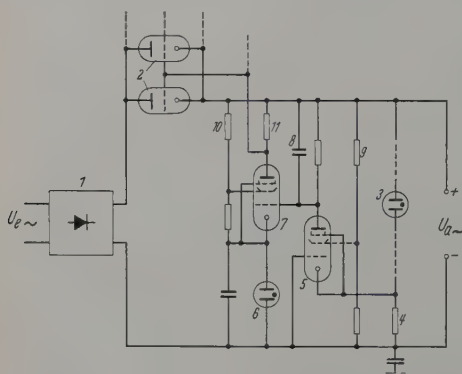


Abb. 2. Prinzipbild eines Netzgleichrichters mit röhrenregelter Spannungs Konstanz $< 10^{-5}$. Erläuterung vgl. Text

Mischglied für notwendige Rückführungen mehrfach angewendet worden. Für Regelungs- und Meßanlagen, insbesondere in der chemischen Industrie, gibt es Verfahren für Gleichspannungs-Netzgeräte mit kleiner Drift, d.h. mit einer über mindestens ein Jahr vorhandenen Konstanz von besser als 10^{-3} .

Im folgenden wird der früher gegebene Überblick über die vom Netz ohne Zwischenschaltung eines geregelten Maschinensatzes (vgl. Abschn. 6 des ersten Berichtes) gespeisten hochkonstanten Geräte ergänzt. Angaben über die Konstanz der beschriebenen Verfahren oder Geräte beruhen auf der Voraussetzung, daß die Eingangsspannung um nicht mehr als $\pm 10\%$ und die Eingangsfrequenz um nicht mehr als $\pm 1\%$

Regelverstärker mit kleiner Zeitkonstante und die hohe Konstanz der als Vergleichsspannung dienenden unbelasteten Glimmröhre 6, besser als 10^{-5} . Hinsichtlich der Dimensionierung und Berechnung derartiger Geräte sei auf das Fachschrifttum verwiesen [11] bis [13].

Bei Anwendung geregelter Netzgleichrichter als Spannungsquelle für Untersuchungen von höchster Präzision kann ein zu geringer Isolationswiderstand das Meßergebnis verfälschen, und zwar besonders dann, wenn durch Umpolen der Spannungsquelle der Erdungspunkt der Meßschaltung an eine andere Stelle gelegt wird. Dieser Isolationswiderstand hat zwar auf die Konstanz der Ausgangsspannung keinen Einfluß; er kann sich aber in Meßschaltungen störend bemerkbar machen, wenn er unter einem auch für Akkumulatorbatterien üblichen Grenzwert von 300 MΩ liegt. Auf Grund eigener Messungen an vier röhrenregulierten hochkonstanten Netzgleichrichtern bei verschiedenen Luftfeuchtigkeiten [15] nach der in Abb. 3 dargestellten Schaltung ist mit einer starken Verringerung des Isolationswiderstandes zu rechnen, sobald die relative Luftfeuchtigkeit über 60% ansteigt. Dies gilt insbesondere für Geräte, die längere Zeit unbenutzt in Abstellräumen gelagert worden sind und dann unmittelbar zu Präzisionsmessungen herangezogen werden. Da jedoch die Verringerung des Widerstandes reversibel ist, ist die Brauchbarkeit derartiger Geräte nicht in Frage gestellt.

Über die Anwendung von Transistoren wurde in dieser Zeitschrift [16] bereits ausführlich berichtet. In einer Besprechung der elektronischen Technik in der Strahlungsmessung [17] wird auch auf die Verwendung von Transistoren und Zener-Dioden — letztere als Sollwertgeber — zur Erzielung konstanter Speisespannungen eingegangen.

b) Wechsel- und Gleichspannungsquellen mit Transduktoren als Regelglieder

Bereits in Abb. 7 des Berichtes [1] wurde eine gleichstromvormagnetisierte Drossel (Transduktor) als Stellglied beim Sorensen-Regler angegeben. Bei konstanten Wechselspannungsgeräten auch für größere Leistungen ist der Transduktor inzwischen allgemein angewandt worden. Als Beispiel werden in Abb. 4 die Prinzipbilder zweier röhrenregulierten Wechselspannungsgeräte mit einem Transduktor 1 als Stellglied Y wiedergegeben [18], [19], die sich voneinander durch die Art des Meßgliedes X [20] unterscheiden. In Abb. 4a ist hierfür ein Gleichrichter 3 verwendet, der von einem an der zu regelnden Ausgangsspannung liegenden Transformator 2 gespeist wird. Diese Gleichspannung wird mit der konstanten Spannung einer als Sollwertgeber X_K dienenden Glimmröhre 4 verglichen und steuert nunmehr über die Triode 5 das Stellglied 1, so daß die Ausgangsspannung konstant bleibt. Als Regelstrecke ist hier der Leistungstransformator 8 aufzufassen. In Abb. 4b wird die Meßspannung des Transformators 2 über den Oszillator 6 einer Brückenschaltung aus drei linearen Widerständen und dem Kaltleiter 7 zugeführt. Die verstärkte und gleichgerichtete Diagonalspannung dieser Brücke liegt am Gitter der Triode 5 und regelt somit wie vorher die Ausgangsspannung. Geräte, die nach dem letztgenannten Prinzip ausgeführt sind, besitzen bei Lei-

stungen zwischen 0,1 und 100 kVA eine Spannungs-konstanz von 1 bis $5 \cdot 10^{-3}$ bei einem um etwa eine Größenordnung schlechteren Klirrfaktor. Die bei elektronisch geregelten Netzgeräten geringer Leistung

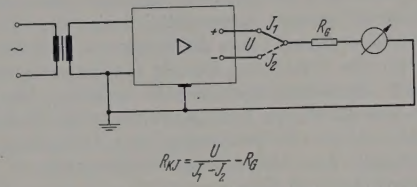


Abb. 3. Messung des Isolationswiderstandes R_{KJ} von geregelten Netzgleichrichtern

erreichbare hohe Konstanz der Ausgangsgleichspannung läßt sich bei Wechselspannungsquellen großer Ausgangsleistungen allerdings mit derartigen Bauelementen nicht erzielen.

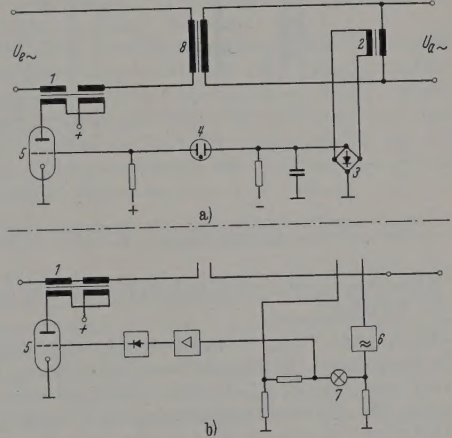


Abb. 4a u. b. Prinzip von röhrenregulierten Wechselspannungs-Stabilisatoren mit Transduktor als Stellglied, jedoch verschiedenen Meßgliedern. Erläuterung vgl. Text

Abb. 5 zeigt das Prinzip eines Wechselspannungsgerätes [21], [22], [23], das mit einem zweistufigen Transduktorverstärker ausgerüstet ist, dessen zweite

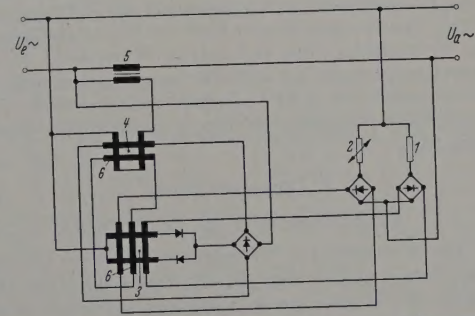


Abb. 5. Prinzip eines Wechselspannungsnetzgerätes mit Transduktor-Regelung. Erläuterung vgl. Text

Stufe gleichzeitig als Stellglied arbeitet. Die Wirkungsweise eines Transduktors sei als bekannt vorausgesetzt; der Regelkreis arbeitet wie folgt: Beim Sinken der Netzwechselspannung wird zunächst auch die Ausgangsspannung fallen; diese wird in einem

Meßkreis, bestehend aus einer Kombination je eines linearen 1 und nichtlinearen Widerstandes 2, gemessen und ruft durch zwei gegeneinander geschaltete Steuerwicklungen der ersten Transduktorstufe 3 einen wirksamen Steuerfluß hervor. Der nunmehr ansteigende Arbeitsstrom steuert seinerseits die zweite Transduktorstufe 4 so, daß deren Arbeitsstrom, nunmehr als Stellglied, die Spannung des als Regelstrecke anzusehenden Zusatztransformators 5 erhöht. Da die beiden Transduktoren Verzögerungen erster Ordnung enthalten, ist zur Stabilisierung bzw. Dämpfung des Regelkreises eine nachgebende Rückführung 6 zwischen Stellglied und Regelverstärker eingebaut. Beim Steigen der Netzwechselspannung verlaufen die Regelungsvorgänge im umgekehrten Sinne. Die Konstanz eines nach diesem Prinzip ausgeführten Gerätes beträgt etwa $4 \cdot 10^{-3}$ für den Mittelwert und etwa $6 \cdot 10^{-3}$ für den Effektivwert der Ausgangsspannung.

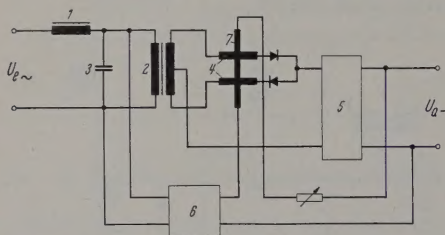


Abb. 6. Prinzip eines transduktorgeregelten Gleichspannungsnetzgerätes für niedrige Spannungen und hohe Ströme. Erläuterung vgl. Text

Der Klirrfaktor liegt zwischen 3 und $8 \cdot 10^{-2}$ je nach Art der Belastung.

Abb. 6 zeigt das Prinzipschaltbild eines transduktorgeregelten Gleichspannungs-Netzgerätes für 4 bis 8 V und 0 bis 20 A [23]. Seine Wirkungsweise ist folgende: Die Netzwechselspannung wird durch den magnetischen Konstanthalter, bestehend aus der Eisendrossel 1, dem Anpassungstransformator 2 und dem Kondensator 3 vorstabilisiert. Sie dient dann zur Speisung der Arbeitswicklungen 4 des spannungssteuernden Transduktors, wird über Gleichrichter bzw. Filter 5 gleichgerichtet und an die Ausgangsklemmen des Gerätes gelegt. Diese Ausgangsspannung wird mit einer Normalspannung 6 verglichen; die Differenz aus beiden Spannungen steuert über die Steuerwicklung 7 des Transduktors den induktiven Widerstand seiner Arbeitswicklungen so, daß die Ausgangsspannung in den Grenzen von $\pm 10^{-3}$ konstant gehalten wird. Die Restwelligkeit beträgt bei einem ausgeführten Gerät etwa 10^{-2} .

2. Langzeitkonstanz

Konstantnetzgeräte mit kleiner Drift

Die Konstanz von Netzgeräten, die nach den im Abschnitt 1 und in den Abschnitten 1 bis 5 des Berichtes [1] beschriebenen Verfahren aufgebaut sind, wurde unter den eingangs genannten Voraussetzungen kurzzeitiger, begrenzter Störungen angegeben. Es genügt auch für Präzisionsmessungen fast immer, wenn die hohe Konstanz der Geräte nur wenige Minuten andauert, zumal im Laboratorium regelmäßige Kontrollmessungen keine Schwierigkeiten bereiten. Für die Anwendung von Netzgeräten in betrieblichen Meß- und Regelanlagen ist meist eine geringere Kon-

stanz bei kurzzeitig auftretenden Störungen ausreichend; es interessieren aber außerdem noch bei Gleichspannungsquellen die Konstanzwerte über längere Zeiträume, wobei dann diese Geräte zusätzlich gewissen inneren Alterungs- sowie Temperatur- und Feuchteinflüssen ausgesetzt sind. Derartige Einflüsse lassen sich an den beschriebenen Geräten nur mit erhöhtem Aufwand vermindern, wenn eine Langzeitkonstanz von 10^{-3} bezogen auf ein Jahr Betriebszeit erreicht werden soll. Immerhin ergaben Untersuchungen von Netzgeräten, die nicht besonders für kleine Drift gebaut sind, die im folgenden zusammengestellten befriedigenden Ergebnisse.

Nach Angabe des Herstellers [24] besitzt ein Gleichspannungs-Netzgerät für 300 mA, 330 V, wenn in Abänderung der üblichen Schaltung eines röhrenregulierten Gerätes an Stelle einer Glühbirne (Abb. 7a) für Langzeitkonstanz eine Anodenbatterie als Vergleichsspannung verwendet wird (Abb. 7b) eine Drift

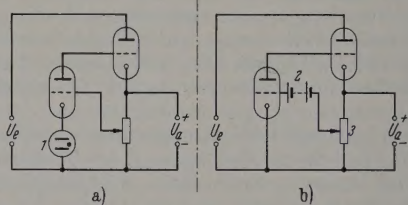


Abb. 7a u. b. Prinzip eines röhrenregulierten Netzgerätes mit Glühbirne 1 bzw. Batterie 2 als Sollwertgeber zur Erzielung einer kleinen Drift

von etwa 10^{-3} pro Jahr, wobei über Schwankungen der Eingangsspannung und -frequenz keine Angaben vorliegen. Hierbei wird vorausgesetzt, daß die Ermüdungserscheinungen der Batterie von Zeit zu Zeit durch Verstellen des Potentiometers 3 ausgeglichen werden und die Batterie selbst nach einem Jahr ausgetauscht wird. Nach grundsätzlichen Untersuchungen an gleichartigen Geräten, die schon länger zurückliegen, kommt TÖNNIES [25] zu nicht ganz so günstigen Ergebnissen, ebenso ROGERS [26] bei der Prüfung eines dem Metrohm-Gerät ähnlichen Gleichrichters.

Eigene Messungen an einem Netzgleichrichter II der AEG, die sich über einen Zeitraum von 150 Std erstreckten, ergaben Änderungen der Ausgangsspannung von $\pm 10^{-3}$. Während dieser Zeit wurde das Gerät dauernd mit seiner größten Belastung betrieben und die zur Messung der Konstanz verwendete Vergleichsbatterie mit einem Kompensator überwacht und auf einen konstanten Wert eingestellt. Die Drift dieses Gerätes pro Jahr kann man auf Grund dieses Ergebnisses auf 10^{-2} schätzen, ein Wert, der mit den Literaturangaben von UNGER [27] in seiner Dissertation übereinstimmt.

Die Drift eines geregelten Netzgerätes ist eng mit der Langzeitkonstanz der in ihm verwendeten Bezugsgröße verknüpft. Bei sämtlichen bisher erwähnten Bezugsgliedern ist die zeitliche Konstanz ihres Sollwertes oft an verwickelte und teilweise inkonstante Gleichgewichtszustände gebunden, z.B. an die Partialdrücke der verschiedenen Bestandteile des Füllgases einer Glühbirne oder an die chemischen Vorgänge in einer Trockenbatterie. Neuerdings hat UNGER [27] bessere Bezugsgrößen auf Grund der aus der Meßgerätetechnik bekannten zeitlichen Konstanz

Die Meßwerte von Präzisions-Meßgeräten abgeleitet und beim Bau von driftarmen Konstantspannungs- bzw. -stromquellen geringerer Leistungsabgabe verwendet. So kann beispielsweise durch Vergleich der magnetischen Felder eines Permanentmagneten und einer stromdurchflossenen Spule der durch diese Spule fließende Strom konstant gehalten werden. In anderen untersuchten Fällen wird ein Drehmomentenvergleich zwischen dem eines dynamometrischen Meßwerkes und dem eines Drehspulmeßwerkes bzw. dem Drehmoment einer gespannten Spiralfeder oder dem durch ein an einer Rolle angreifenden Gewicht verursachten Drehmoment durchgeführt. In den drei letztgenannten Fällen wird der durch die Dynamometer-Spulen fließende Strom mittels eines induktiven

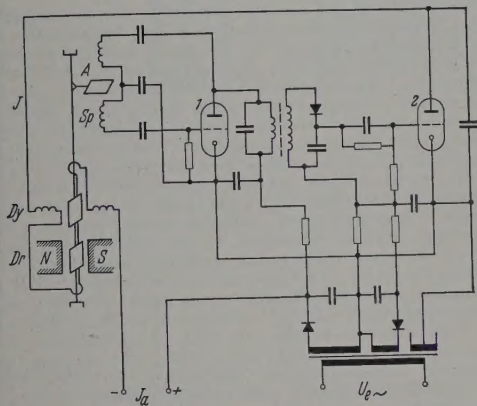


Abb. 8. Prinzip einer Konstantstromquelle mit geringer Drift; Vergleich des Drehmomentes eines dynamometrischen Meßwerkes Dy mit dem eines Drehspulmeßwerkes Dr . Erläuterung vgl. Text

Abgriffes der Winkelstellung des dynamometrischen Meßwerkes konstant gehalten. Abb. 8 zeigt das Prinzipschaltbild einer Konstantstromquelle mit geringer Drift nach dem Prinzip des Drehmomentvergleichs eines dynamometrischen Meßwerkes Dy und eines Drehspulmeßwerkes Dr .

Das von dem Gleichstrom J am Drehspulmeßwerk Dr erzeugte Drehmoment ist:

$$M_{Dr} = K_{Dr} \cdot H_m \cdot J,$$

wobei in der Konstanten K_{Dr} die Windungszahl, Rähmchenfläche sowie Induktionskonstante enthalten sind und H_m die magnetische Feldstärke des Permanentmagneten $N-S$ bedeutet. Der Strom J durchfließt auch das auf der Achse des Drehspulmeßwerkes befestigte dynamometrische Meßwerk Dy und erzeugt dort ein dem ersten Drehmoment entgegengerichtetes Moment:

$$M_{Dy} = -K_{Dy} \cdot J^2.$$

Die Konstante K_{Dy} enthält hier die Windungszahlen im Stator und Rähmchen, die Rähmchenoberfläche und eine Meßwerkskonstante. Das an der gemeinsamen Achse angreifende Moment ist:

$$M_{ges} = K_{Dr} \cdot H_m \cdot J - K_{Dy} \cdot J^2.$$

Setzt man $M_{ges} = 0$, so wird:

$$J = \frac{K_{Dr}}{K_{Dy}} \cdot H_m.$$

Der Strom ist demnach unabhängig von der Winkelstellung und nur von der magnetischen Feldstärke des Permanentmagneten abhängig. Diese kann über viele Jahre auf Bruchteile eines Promille konstant bleiben, d.h. bei Drehmomentgleichheit besitzt auch der Strom J eine entsprechend kleine Drift. Diese Gleichheit wird mit Hilfe eines induktiven Abgriffs auf folgende Weise erreicht:

Die von der Systemachse getragene Fahne A taucht mehr oder weniger tief in den Luftspalt zwischen zwei Induktionsspulen Sp ein, die im Anoden- und Gitterkreis der Oszillator-Röhre 1 liegen. Dies bedeutet aber eine Änderung der induzierten Spannung der im Gitterkreis liegenden Spule, so daß sich die Oszillatoramplitude stetig steuern läßt. Über die Verstärkerstufe 2 wird der gleichgerichtete Eingangswechselstrom durch die so gesteuerte Oszillatoramplitude entsprechend verstärkt, so daß er als Anodengleichstrom J die vorher geschilderte Drehmomentkompensation durchführen und damit konstant bleiben kann.

Die über 10000 Std gemessene Drift der beschriebenen Einrichtung beträgt $5 \cdot 10^{-4}$. Die Werte für die anderen von UNGER untersuchten Verfahren liegen in derselben Größenordnung. Lediglich das mit Spiralfedern arbeitende Verfahren weist infolge der reversiblen Federnachwirkung etwa um eine Zehnerpotenz schlechtere Werte auf.

Zusammenfassung

Als Ergänzung zu einem früheren Bericht in dieser Zeitschrift [1] wird zunächst für Kurzzeitkonstanz das regeltechnische Prinzip von röhrengeregelten Konstant-Netzgeräten erläutert. Ein Schaltungsbeispiel für ein Gerät mit einer Konstanz, die besser als 10^{-5} ist, wird angegeben. Auf Besonderheiten bei der Anwendung derartiger Geräte als Gleichspannungsquellen bei Präzisionsmessungen wird hingewiesen. Danach werden Beispiele von röhrengeregelten Wechselspannungsgeräten mit einem Transduktor als Stellglied und anschließend von Netzgeräten mit Transduktoren als Regelverstärker gebracht, deren Konstanz bei $\pm 10^{-3}$ liegt. Anschließend wird auch für Langzeitkonstanz das regeltechnische Prinzip von Gleichspannungs-Netzgeräten verschiedener Bauart besprochen.

- Literatur:** [1] HELKE, H., u. R. STENZEL: Z. angew. Phys. 6, 521 (1954). — [2] STENZEL, R.: ATM Z. 40-2, Sept. 1959. — [3] VOLLENWEIDER, M.: Z. Instrumentenkd 67, 93 (1959). — [4] STEIMEL, K.: Elektronische Speisegeräte, 1. Aufl. München: Franzis-Verlag 1957. — [5] HEINZE, H.: Fernmelde-Ing. 12, H. 8 (1958) gesamt. — [6] JASKULA, H.W.: AEG-Mitt. 45, 82 (1955). — [7] Firmendruckchrift, SSW: Gleichspannungskonstanthalter KGF. — [8] Firmendruckchrift, Philips: Gleichstromspeisegerät mit hoher Spannungsstabilität. — [9] Firmendruckchrift, A. KNOTT: Hochstabilisierte Netzgeräte, Typen NSHR ... und NSHV ... — [10] Firmendruckchrift, Ges. für Nucleonics u. Electronic: Hochstabilisierte Netzgeräte, Type NU 101 ... 103. — [11] KRÖNER, K.: Elektronik 6, 43, 107, 139 (1957). — [12] GÖLLNITZ, H.: Nachr. Techn. Z. 8, 414 (1958). — [13] STRAKER-JAHN, P.: Funktechnik 13, 756, 798 (1958). — [14] WITTE, E.: Messung der Gesamtsolation von Akkumulatoren-Batterien. Sonderdruck der Akkumulatorenfabrik AG., Hagen i. Westf. 1952. — [15] STENZEL, R., u. H. HELKE: Wissensch. Abh. der PTB 10, Teil I, Ziff. 442 (1958). — [16] MÜLLER-WARMUTH, W.: Z. angew. Phys. 10, 497 (1958). — [17] FRÄNZ, K.: Nachr. Techn. Z. 12, 98 (1959). — [18] SCHNEIDER, H.: Radiomentor 8, 536, 608 (1957). — [19] Firmendruckchrift,

WANDEL u. GOLTERMANN: Wechselspannungsstabilisator WS-206. — [20] BRAUNERSREUTHER, E., u. F. KUERT: Regelungstechn. 3, 90 (1955). — [21] JUNIOR, H.: AEG-Mitt. 45, 79 (1955). — [22] LANG, H.: AEG-Mitt. 45, 197 (1955). — [23] Firmendruckschrift, WANDEL u. GOLTERMANN: Gleichspannungsnetzgerät GN-1. — [24] Firmendruckschrift, Metrohm: Stabilisierter Gleichrichter ME 121. — [25] TÖNNIES, J. F.: Diss. T.H. Berlin-Charlottenburg 1935. — [26] Ro-

gers, D. W. W.: Elektronik und Radio Engineer 34, 320 (1951) u. Auszug in Elektronik 7, 245 (1958). — [27] UNGER, E.: Diss. T.H. Braunschweig 1957.

Dr.-Ing. RUDOLF STENZEL,
Berlin-Charlottenburg, Abbestraße 2
und Dr. HARALD HELKE,
Berlin-Zehlendorf, Ersteiner Straße 19

Buchbesprechungen

Handbuch der Physik. Hrsg. von S. FLÜGGE. Bd. V/1: Prinzipien der Quantentheorie I. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1958. 376 S. u. 7 Abb. Geb. DM 90.—

Der Artikel von W. PAULI über „Die allgemeinen Prinzipien der Wellenmechanik“ ist ein wörtlicher Abdruck der bereits 1933 im Handbuch der Physik von GEIGER und SCHUELL erschienenen Darstellung der unrelativistischen Quantentheorie und des relativistischen Einkörperproblems nach DIRAC, wobei lediglich die Kapitel über Quantenelektrodynamik und die heute nicht mehr haltbare Kritik an der Diracschen Theorie weggelassen wurden. Die Literaturhinweise sind ebenfalls bis auf wenige Ausnahmen auf dem Stand von 1933. Wenngleich dieser Artikel zu den Standardwerken der Quantentheorie zählt, wäre es doch nötig gewesen, auch neuere Entwicklungen in die Darstellung mit aufzunehmen; z. B. lassen die heutigen Kenntnisse über Erzeugung und Vernichtung von Teilchen die auf S. 121 geäußerten Zweifel an der physikalischen Bedeutung der zweiten Quantisierung kaum mehr zu.

Die von G. KÄLLÉN verfaßte Quantenelektrodynamik beginnt mit einer kurzen Zusammenfassung der allgemeinen Grundlagen der Feldquantisierung, an die sich eine ausführliche Darstellung der Quantisierung des freien elektromagnetischen Feldes und des freien Dirac-Feldes anschließt. Die Wechselwirkung zwischen diesen Feldern wird zunächst durch die S-Matrix-Methode allgemein erfaßt und dann an Hand einiger Anwendungen (Compton-Effekt, Paarerzeugung, Moller-Streuung, natürliche Linienbreite) erläutert. Eine sehr eingehende Behandlung der Renormierungstechnik und der strahlungstheoretischen Korrekturen (Lamb-shift, anomales magnetisches Moment des Elektrons) bilden den Abschluß. Trotz der Schwierigkeit des Stoffes ist der Artikel wegen seiner klaren Darstellung verhältnismäßig leicht verständlich und kann daher sogar als modernes deutschsprachiges Lehrbuch der Quantenelektrodynamik empfohlen werden.

E. FICK

Rautenfeld, F. v.: Impulsfreie elektrische Rückstrahlverfahren. Garmisch-Partenkirchen: Deutsche RADAR-Verlags GmbH 1957. 216 S. u. 170 Abb. Geb. 32.— DM.

Dieses Buch ist als fünfter Band im Rahmen der Lehrbücher der Funktechnik erschienen. Es behandelt in leicht verständlicher Weise Grundlagen und Anwendungen impulsfreier Rückstrahlverfahren. Bei den Anwendungen werden unter mysteriösen militärischen Decknamen wie „Luchs“, „Kreuzblume“, „Pinscher“, „Kakadu“, „Trichter“, usw. hauptsächlich die älteren, meistens nur für kriegerische Zwecke entwickelten Verfahren ausführlich beschrieben. Die impulsfreie Funkmeßtechnik hat jedoch auch heute noch eine gewisse Bedeutung, wie z. B. das Verkehrsradar, das ebenso wie einige andere moderne Verfahren erläutert wird. Da eine zusammenfassende Darstellung dieses Sondergebietes bisher wohl in der deutschen Literatur gefehlt hat, dürfte dieses Buch besonders für Hochfrequenzingenieure und Funkmeßtechniker von Interesse sein.

D. BÖSNECKER

Safe Handling of Radioisotopes. Hrsg. von der „International Atomic Energy Agency“, Kärntner Ring, Wien I, Österreich, als No. 1 der „Safety Series“; Dezember 1958. 99 S., DIN A5. Kart. U.S. \$ 1.00, U.K. £ 6.—, 350 Fr.

Dieses Büchlein enthält eine Sammlung von Richtlinien für den Umgang mit radioaktiven Substanzen, zusammengestellt von einer Gruppe internationaler Fachleute für die International Atomic Energy Agency, der 69 Staaten (einschließlich der Deutschen Bundesrepublik) angehören.

Die Zusammenstellung erfolgte unter der Berücksichtigung bereits bestehender nationaler und internationaler Vorschriften und hat den Zweck in Handbuchform Maßstäbe für das sichere Arbeiten mit Radioisotopen festzulegen.

Das Erscheinen dieses Heftes wird vor allem von den Instituten und Firmen begrüßt werden, die nur in geringem Umfange mit Radioaktivität zu tun haben und denen deshalb als „Kleinverbraucher“ meistens verlässliche Sicherheitsvorschriften schwer zugänglich waren.

Der Inhalt ist in 8 Kapiteln aufgeteilt: 1. Einführung (Umfang, Definitionen, höchstzulässige Dosen, Organisation des Strahlenschutzes, ärztliche Überwachung, Dosisüberwachung, Prüfung auf Verseuchung, Aufzeichnungen); 2. Geschlossene radioaktive Präparate (Auswahl und Entwurf von geschlossenen Quellen, Anwendungsmethoden, Abschirmung, besondere Anwendungen von abgeschlossenen Quellen); 3. Offene radioaktive Präparate (allgemeiner Umgang mit offenen Präparaten, Wahl des radioaktiven Materials und der geeigneten Arbeitsmethode, Auswahl und Entwurf des Arbeitsplatzes, Schutzbekleidung, persönliche Sicherheitsvorkehrungen, Überwachung der Luftverseuchung, besondere Anwendungen offener Präparate); 4. Die Aufbewahrung radioaktiver Präparate (Platzwahl, Aufbewahrungsbedingungen, Vorkehrungen); 5. Der Transport von radioaktivem Material (Transport innerhalb, Transport nach außerhalb); 6. Unfälle (Feststellung von Unfällen, Vorsichtsmaßnahmen, Maßnahmen bei allen Unfällen, Unfälle, die zu einer radioaktiven Verseuchung führen); 7. Die Entseuchung (Entseuchung des Personals, Entseuchung der Ausrüstung); 8. Überwachung des radioaktiven Abfalls und Abfallbeseitigung (Sammlung von Abfällen, Aufbewahrung von Abfällen, Abfallbeseitigung).

In einem Anhang sind die Toleranzdosen bei Dauerbestrahlung für 87 radioaktive Nuklide in Luft und Wasser zusammengestellt; in einem zweiten Teil ist die höchstzulässige Dosis für Oberflächenverseuchung (Schmiertests!) angegeben.

Das Büchlein erscheint nur in englischer, französischer, russischer und spanischer Sprache.

R. SIZMANN

Handbuch der Physik. Hrsg. von S. FLÜGGE. Bd. XXX: Röntgenstrahlen. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1957. 384 S. u. 279 Abb. Geb. DM 88.—

Von den ersten Entladungsröhren RÖNTGENS bis zu den modernen Hochleistungs- und Feinstruktur-Röhren findet sich eine ausführliche Übersicht in dem Beitrag Erzeugung von Röntgenstrahlen (W. SCHAAFFS). Auch die notwendigen Hochspannungsanlagen, einschließlich des Betatrons sind erwähnt. Die experimentellen Methoden der Röntgenspektroskopie werden traditionsgemäß von einem Schweden (A. E. SANDSTRÖM) behandelt. Hier findet sich erfreulicherweise auch ein kurzer Abschnitt über Detektoren, deren geeignete Wahl (neuerdings meist Zählrohr oder Scintillationszähler) für die Bearbeitung zahlreicher experimenteller Probleme von ausschlaggebender Bedeutung ist. Den weichen Röntgenstrahlen, die eine besondere experimentelle Technik erfordern, ist ein eigenes Kapitel (D. H. TOMBOULIAN) gewidmet. Von besonderem Interesse sind dabei die Valenzbandspektren der leichten Elemente, deren Ergebnisse für die Festkörperphysik sehr aufschlußreich sind. Nun folgt ein Kapitel X-ray Microscopy (P. KIRKPATRICK and H. H. PATTEE jr.). Mangels geeigneter Linsen besitzt in der Röntgenmikroskopie nur die Schattenprojektion praktische Bedeutung. Mit modernen Mikrofocusröhren läßt sich immerhin 2000fache Vergrößerung erreichen. Zum Schluß folgt ein Beitrag über das kontinuierliche Röntgenspektrum (S. T. STEPHENSON), dessen kurzweilige Grenze von großer Bedeutung für die Bestimmung des Verhältnisses von Planckschem Wirkungsquantum zur Elementarladung ist.

Der erste Beitrag des Bandes ist in deutscher Sprache abgefaßt, alle folgenden in Englisch. Auch dieser Band stellt eine wertvolle Zusammenstellung dar, die in allen behandelten Punkten dem neuesten Stand gerecht wird.

W. WAIDELICH